

Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Institut für Automatisierungs- und Systemtechnik

Masterarbeit

Untersuchungen der Kalibrierverfahren zur Bestimmung der Positionen des Multi Lasertracker Messsystems

vorgelegt von: Kobets Sergey

Studiengang: Ingenieurinformatik

verantwortlicher Professor: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Christoph Ament

wissenschaftlicher Betreuer: Dip.-Ing. Tran Trung Nguyen

Dr.-Ing. Arvid Amthor

Beginn der Arbeit: 01.04.2013

Abgabe der Arbeit: 01.08.2013

Ilmenau, 2013

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013200192

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mein Studium an der TU Ilmenau und die Ausführung dieser Arbeit ermöglicht haben. Ein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dipl.-Ing. Tran Trung Nguyen für seine zahlreiche Hinweise und seine Geduld.

Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Klaus-Dieter Fritz und Frau Gudrun Matthies, ohne die mein Studium an der TU Ilmenau unmöglich wäre. Weiterhin danke ich Dr.-Ing. Alexander Fleischer und Dipl.-Ing. Irina Gushchina für das Korrekturlesen. Ebenfalls gilt mein Dank Dr.-Ing. Ivan Kruzhilov für erbrachte Unterstützung.

Kurzfassung

Die Zielstellung der vorliegenden Arbeit liegt in der Entwicklung des Kalibrieralgorithmus zur Identifikation der System- und Standortparameter für das aufgebaute Multi-Lasertracker-System (MLTS), welches die Position eines Punktes im dreidimensionalen Raum mithilfe eines Messreflektors durch mehreren Interferometer und Galvanometerscanner berührungslos bestimmt. Zu diesem Zweck wird ein Modell zur Berechnung der Zielposition für das MLTS hergeleitet, welches auf dem Messprinzip der Trilateration beruht. Um dieses Prinzip anwenden zu können, werden die System- sowie Standortparameter des MLTSs auf Basis der redundanten Längenmessungen von Interferometer identifiziert. Der entwickelte Kalibrieralgorithmus benötigt daher kein Referenzmesssystem und kann die System- sowie die Standortparameter selbst schätzen.

Abstract

This thesis presents a calibration method to identify the position as well as system parameters of the multi laser tracking system (MLTS), which is able to track the movement of a retro-reflector. A three-dimensional coordinate for a target position is measured using laser tracking interferometer system based on laser trilateration. By applying the principle of trilateration, four laser interferometers are used to measure the relative optical path of the retroreflector, which produce redundancy in the measurement. Based on this redundancy the parameter of the measurement system can be self-calibrated without reference measurement system.

Gliederung

1. Einleitung.....	5
1.1. Motivation.....	5
1.2. Zielstellung der Arbeit	5
2. Experimenteller Aufbau	7
3. Bestimmung der Position des Tool Center Points durch	11
3.1. Einzeltracker	11
3.2. Triangulation.....	17
3.3. Trilateration.....	19
3.4. Multilateration.....	20
4. Kalibrierverfahren.....	23
4.1. Einzeltrackerkalibrierung.....	23
4.2. Zweitrackerkalibrierung.....	27
4.3. Multitrackerkalibrierung.....	29
4.4. Modellierung der Nichtlinearität vom Winkelsensor	31
5. Implementierung und Validierung in Matlab/Simulink.....	36
5.1. Betrachtung des Messrauschens	36
5.2. Auswahl des Optimierungsverfahrens	37
5.3. Einzeltrackerkalibrierung.....	39
5.3.1. Validierung des Kalibrierungsalgorithmus	39
5.3.2. Auswahl des Messbereiches.....	41
5.3.3. Untersuchung der Längekorrektur des Interferometers	46
5.4. Multitrackerkalibrierung.....	49
5.4.1. Validierung des Kalibrierungsalgorithmus	49
5.4.2. Auswahl des Messbereiches.....	50

6. Validierung der Algorithmen mit experimentellen Daten	54
6.1. Einzeltrackerkalibrierung.....	54
6.2. Multitrackerkalibrierung.....	56
7. Kommunikation	58
8. Zusammenfassung.....	61
Literaturverzeichnis	62
Anhang.....	64
A.1. Simulated Kalibrierung	64
A.1.1. Einzeltrackerkalibrierung.....	64
A.1.2. Multitrackerkalibrierung	65
A.2. Experimentelle Kalibrierung.....	66
A.2.1 Einzeltrackerkalibrierung.....	66
A.2.2. Multitrackerkalibrierung	67
Erklärung	68

1. Einleitung

1.1. Motivation

Im unseren Leben werden Roboter sehr oft für die Ausführung von verschiedenen Aufgaben benutzt. Aber leider ist die Genauigkeit ihrer Arbeit manchmal nicht sehr hoch. Deswegen ist es notwendig, ein Instrument für die Erhöhung der Genauigkeit zu benutzen, das die geometrische Kalibrierung für die zuverlässige und exakte Datenmessung der Daten des Roboters ausführt.

Dieses Instrument muss eine hohe Genauigkeit, großen Arbeitsraum, hohe Digitalisierungsfrequenz und eine automatische Zielbegleitung haben. Das Lasertracking System hat alle dieser Eigenschaften [1]. Das Objekt der Untersuchung dieser Masterarbeit ist das Kalibrierungsverfahren des Multi Lasertracker Systems. Ein Lasertracker ist ein Messsystem, welches die Position eines Punktes im dreidimensionalen Raum mit Hilfe eines Retroreflektors durch zwei Winkel und eine Länge berührungslos hochgenau bestimmt [2]. Das Lasertracking System entwickelte sich schnell ab 1980 aufgrund der Ausarbeitung von international allgemeingültigen Verfahren und den Terminologien für die Messung und die Beschreibung der Charakteristiken von Robotern [3]. Sowohl die Roboter als auch die Lasertracker Systeme müssen wegen der unvermeidlichen Ungenauigkeit des Zusammenbaus kalibriert werden.

1.2. Zielstellung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, einen Kalibrier-Algorithmus zu entwickeln, der die Position aller Tracker in Bezug auf einen gewählten Koordinatenursprung bestimmt. Das bedeutet, dass aus vier Längenmessungen die Position der Lasertracker sowie die Position des Ziels berechnet werden soll.

Um dieses Ziel zu erreichen, muss man zuerst die Kalibrierung jedes Einzeltrackers durchführen. Jeder Trackermodul wird durch das Parameterset beschrieben. Man muss die Kalibrierung dieser Parameter durchführen, damit die Messdaten des Lasertrackers eine hohe Genauigkeit haben.

Nach der Einzelkalibrierung der Trackermodule kann man die Kalibrierung des Multi Lasertracker Systems durchführen. Multikalibrierung wird beim Einschalten des Multi Lasertracker Systems durchgeführt, weil man wiederum die genaue Anfangsposition des Tool Center

Points (TCP) und die Positionen der Module bestimmen muss. Deshalb wird das auch Selbstkalibrierung genannt.

Obwohl für die Berechnung der Koordinaten des Ziels im dreidimensionalen Raum mindestens drei Trackermodule gebraucht werden, werden in dieser Arbeit vier Module verwendet. Dank der Redundanz, die mit dem vierten Trackermodul realisiert wird, kann man die Positionen aller Module und die Anfangsposition des Retroreflektors ohne ein anderes Messgerät bestimmen [4, 5, 6].

Durch die Triangulation und die Multilateration kann man die Position des Ziels mit dem Trackermodul durch die Änderung der Position berechnen, die bei der Bewegung des Retroreflektors hervorgerufen wird. Die Messwerte, die bei der Datenaufnahme ermittelt werden, werden für die Optimierung der Parameter des Systems auf diese Weise benutzt, dass die Abweichung zwischen der Messposition und der Sollposition minimiert wird.

2. Experimenteller Aufbau

Das modulare Trackermodul besteht aus einem Sensorkopf und einer Strahlablenkeinheit. Im Sensorkopf befinden sich die optischen Komponenten des Interferometers und ein Sensorelement. Das Interferometer dient als ein Distanzmessgerät, das eine hochgenaue Längenmessung liefert. Als Sensorelement wird eine Vierquadrantendiode verwendet, mit der einfach und schnell die Positionsänderungen des Laserstrahls detektiert werden können. Als Aktor für das Strahlablenksystem kommt ein Galvanometerscanner zum Einsatz. Der Scanner besteht aus zwei unabhängigen Achsen, die mit kleinen Spiegeln ausgestattet sind. Die Abbildung 1 stellt das aufgebaute Trackermodul für das Projektvorhaben dar.



Abbildung 1: Das aufgebaute Trackermodul

Die von *SIOS* verwendeten Homodyn - Laserinterferometer vom Typ SP 2000 werden für die hochgenaue Distanzmessung des Trackermoduls eingesetzt. Als Strahlquelle für das Interferometer wird ein stabilisierter Helium Neon Laser benutzt. Der Laser hat eine konstante Wellenlänge von 632,9914 Nanometer und ist in einer 19 Zoll Rack Einheit der Auswertungs-elektronik untergebracht [7]. Somit wird garantiert, dass die entstehende Wärmestrahlung des Lasers das Messsystem nicht beeinflusst. Der Laserstrahl hat einen Durchmesser von rund 1mm und wird über einen Lichtwellenleiter (LWL) in den Interferometerkopf eingekoppelt. Im Sensorkopf (Abbildung 2) wird der Laserstrahl durch den Strahlteiler in Referenzstrahl und Messstrahl aufgespaltet. Der Referenzstrahl trifft auf dem Referenzspiegel und wird zum

Strahlteiler zurückreflektiert. Der Messstrahl verlässt das Interferometer und trifft auf dem Galvanometerscanner. Das Scannersystem lenkt den Messstrahl zum Messreflektor. Durch die besonderen Eigenschaften des Messreflektors gelangt der Messstrahl wieder zum Strahlteiler. Beide Strahlen überlagern sich und die entstehende Wegdifferenz wird mit Hilfe der vier Photodioden ausgewertet. Das eingesetzte Interferometer kann eine Wegdifferenz in Nanometerbereich auflösen.

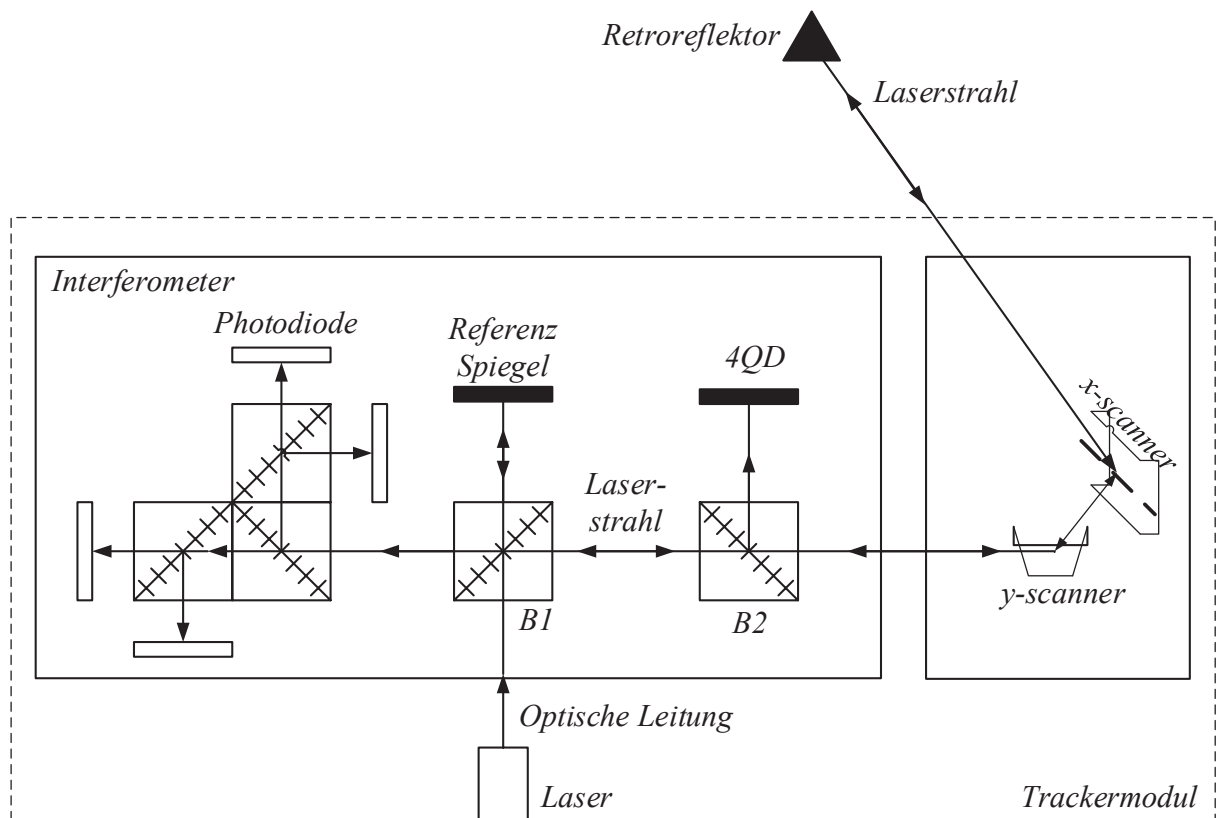


Abbildung 2: Der schematische Aufbau eines Trackermoduls

Ein weiterer wichtiger Bestandteil im Sensorkopf ist die Vierquadrantendiode (4QD). Das Diodenmodul trägt die Typenbezeichnung „S5980“ und wurde von der Firma *HAMAMATSU* hergestellt [8]. Die vier Quadranten sind durch einen Spalt von 0,03mm voneinander getrennt. Der Durchmesser der aktiven Fläche beträgt fünf Millimeter und ist ausreichend zur Detektion des Messstrahls, der vom Messreflektor zurückkommt.

Das benutzte Strahlableitensystem ist ein zwei Achsen Spiegelsystem (Galvanometerscanner) und wurde von der Firma *Cambridge Technology* beschafft (Abbildung 3) [9]. Der Aktor des Scanners zeichnet sich durch eine elektromagnetisch angetriebene Drehachse aus (Typ „Moving Magnet“), die gleichzeitig über einen optischen Positionsdetektor eine Messung des Drehwinkels ermöglicht. Somit sind keine zusätzlichen Sensoren zur Winkelmessung not-

wendig. Die mitgelieferte Verstärkerkarte dient zur Steuerung und Regelung des Galvanometerscanners. Über einen PID - Regler wird die Position der Drehachse auf einem definierten Sollwert gehalten. Somit bleibt der Regelungsentwurf für den Scanner erspart. Als Sollwert am Eingang steht eine Spannung zwischen $\pm 10\text{V}$ zur Verfügung, die wiederum eine Auslenkung des Scanners von $\pm 15^\circ$ (mechanisch) entspricht. Die Spannungsversorgung der Verstärkerkarte erfolgt durch ein Schaltnetzteil mit Mehrfachquellen der Firma *Statron*. Das Schaltnetzteil liefert eine Ausgangsleistung von 144W pro Ausgang bei einer Spannung von 24V.

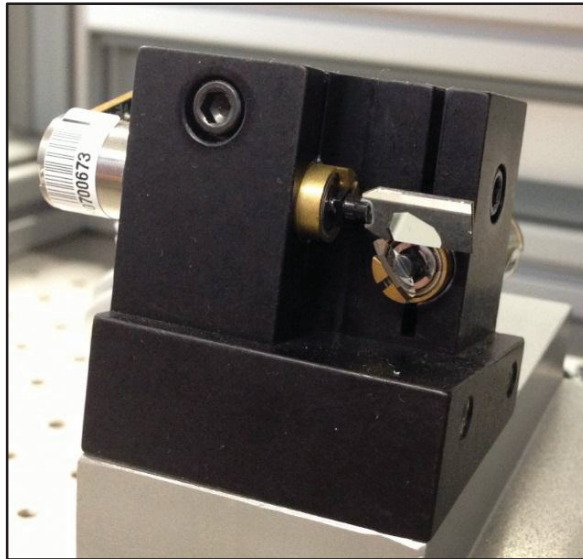


Abbildung 3: Galvanometerscanner

Als Messreflektor wird ein Tripelspiegel von der Firma *Edmund Optic* verwendet. Er hat die Eigenschaft, dass der Strahl in dieselbe Richtung reflektiert wird aus der er ursprünglich gekommen ist. Das heißt, dass die Richtungsvektoren des einfallenden und reflektierten Strahls parallel sind. Die Reflexion ist dabei unabhängig von der Orientierung des Reflektors. Der Reflektor besitzt eine Apertur von 25,4 Millimeter.

Die analogen Messwertsignale des Interferometers werden in der Interferometereinheit im 19 Zoll Rack der Auswertungselektronik verarbeitet und ausgewertet. Die Längenauswertung wird digitalisiert und mit einer 32 Bit Auflösung ausgegeben. Ebenfalls im 19 Zoll Rack der Auswertungselektronik befindet sich die Verstärkerelektronik für die Vierquadrantendiode. Sie bearbeitet und wertet die Signale der Vierquadrantendiode aus. Das Summensignal, die Positionsänderungen des Messreflektors werden detektiert und analog ausgegeben. Alle digitalen und analogen Signale werden zu einem Rapid Prototyping System der Firma dSpace weitergeleitet. Dieses System besitzt einen eigenständigen Prozessor, hat 16 analoge Eingänge und 12 analoge Ausgänge mit 16 Bit Auflösung. Weiterhin verfügt dieses System über 192

digitale Ein- und Ausgänge. Die entwickelten Modelle zur Steuerung und Regelung des Trackermoduls in Matlab/Simulink können durch die automatische C-Codegenerierung per Real Time Workshop direkt auf dem Echtzeitsystem exportiert werden. Dadurch ist es möglich, die Regelungsalgorithmen für den Lasertracker schnell zu erproben und zu testen. Die übliche manuelle Programmierung bleibt erspart. Das System arbeitet mit einer Taktfrequenz von 10kHz. Vier Trackermodule bilden zusammen das Multi Lasertracker System (Abbildung 4). Das MLTS ist im Vergleich gegenüber einem Trackermodul viel robuster und messtechnisch genauer. Darüber hinaus kann das Messprinzip der Trilateration durch das Multi Lasertracker System angewendet werden. Es werden nur die Längenwerte der Interferometer benutzt, um die Position eines Punktes im dreidimensionalen Raum zu bestimmen.



Abbildung 4: Das aufgebaute Multi Lasertracker System

3. Bestimmung der Position des Tool Center Points durch

3.1. Einzeltracker

Bevor der Strahl den Messreflektor (TCP) trifft, läuft er durch das Strahlablenksystem. Dieses System besteht aus zwei Scannerspiegeln. Das Strahlablenksystem wird mit verschiedenen statischen und dynamischen Parameter beschrieben, um die resultierende Richtung des austretenden Laserstrahls berechnen zu können.

Die Abbildung 5 stellt den Verlauf des Laserstrahls vom Laserquelle bis zum Messreflektor dar. In einem definierten Koordinatensystem startet der Laserstrahl von einer Laserquelle und trifft auf dem Spiegel 1, der eine eigene Drehachse sowie einen Normalvektor besitzt. Der Spiegel 1 reflektiert den Strahl zum Spiegel 2, der wiederum den Laserstrahl zum Messreflektor reflektiert.

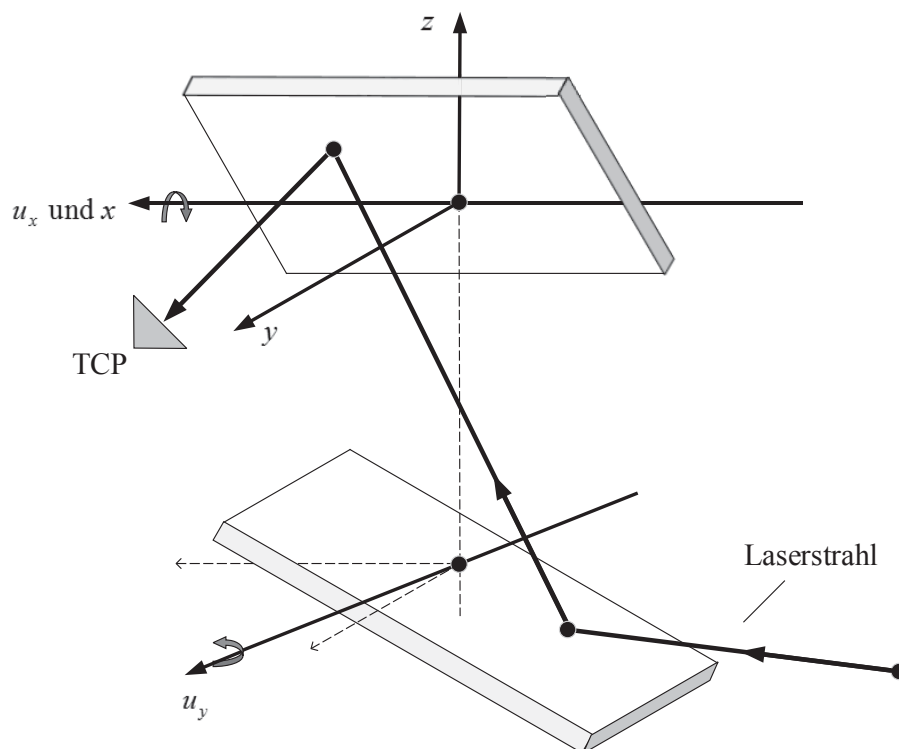


Abbildung 5: Der Verlauf des Laserstrahls durch die Strahlablenkeinheit

Um die TCP Position berechnen zu können, wird ein Koordinatensystem auf Basis der gegebenen Drehachsen (u_x , u_y) im Strahlablenksystem definiert. Dies ist notwendig, damit alle vektoriell aufgestellten Parameter auf den Koordinatenursprung bezogen werden können. Die Drehachse des Spiegels 2 wird als x-Achse definiert. Die z-Achse wird bestimmt durch das Kreuzprodukt der beiden Drehachsen. Somit ist die z-Achse sowohl orthogonal auf die x-

Achse als auch die Drehachse u_y . Durch das Kreuzprodukt der x - sowie z -Achse wird die y -Achse gebildet (Abbildung 5).

Für die Berechnung der Laserauftreffpunkte auf den Spiegeln wird der Laserstrahl als eine Gerade im Raum betrachtet, die die Oberfläche des Spiegels schneidet. Bevor der Laserstrahl den 1. Scannerspiegel trifft, geht er von der Laserquelle aus. Die betrachtete Gerade in Koordinaten des Strahlableitensystems startet vom Punkt a_0 mit einem Richtungsvektor b_0 (Abbildung 6).

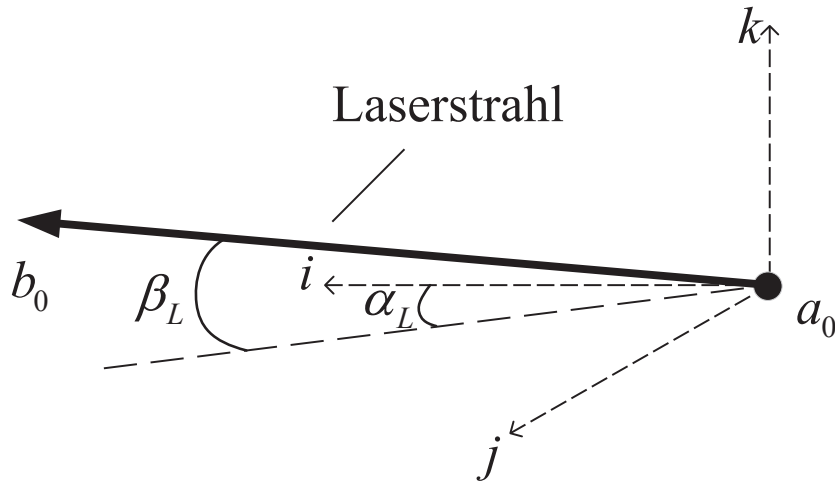


Abbildung 6: Strahlengang vom Laserquelle

Der Richtungsvektor wird durch zwei sphärischen Winkeln α_L sowie β_L angegeben und entspricht der Anfangsrichtung des Laserstrahls vor dem Auftreffen auf dem Spiegel 1. Zur Vereinfachung wird b_0 als Einheitsvektor in folgende Form definiert [10]:

$$b_0 = \begin{pmatrix} \cos \alpha_L \cos \beta_L \\ \sin \alpha_L \cos \beta_L \\ \sin \beta_L \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Die Strahltransformation beim Durchgang des Scannermoduls besteht in zweifachen Spiegelungen. Den Spiegel definiert man durch einen Punkt m auf seiner Ebene und dem Normalvektor n . Der Strahlauftrittspunkt sowie die Strahlrichtung (Abbildung 7) werden nach der Reflexion am ersten Spiegel wie folgt beschrieben:

$$a_1 = a_0 + \frac{(m_y - a_0)^T n_y}{b_0^T \cdot n_y} b_0 \quad (3.2)$$

$$b_1 = b_0 - 2(b_0^T \cdot n_y) n_y \quad (3.3)$$

Der Laserstrahl mit dem Auftreffpunkt a_s und dem Richtungsvektor b_s trifft auf dem Messreflektor und TCP kann durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$TCP = a_s + \lambda b_s \quad (3.6)$$

Dabei beschreibt λ die absolute Länge zwischen Spiegel 2 sowie den TCP. Dieser Parameter wird wie folgt definiert:

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \quad (3.7)$$

mit

λ_0 – Längenoffset;

$\Delta\lambda$ – relative Messlänge.

Aufgrund der Rotation der Scannerspiegel stimmt die Messlängenänderung mit der Reallängenänderung nicht überein. Man muss dies mit berücksichtigen und es ist notwendig, eine Korrektur des gemessenen Wertes des Interferometers $\Delta\lambda_{mess}$ durchzuführen.

Die Rotation der Scannerspiegel verursacht eine Bewegung der Auftreffpunkte auf den Spiegel, und somit kann der Auftreffpunkt a_l als Funktion des Spiegelwinkels θ_y , und der Auftreffpunkt a_s als Funktion der Spiegelwinkel θ_x und θ_y betrachtet werden. Diese Bewegung der Auftreffpunkte führt zur Abweichungen der interferometrischen Längenmessung im Strahl-
ablenksystem, die mit $\Delta a_0 a_l$ und $\Delta a_l a_s$ korrigiert werden müssen (Abbildung 9) [12].

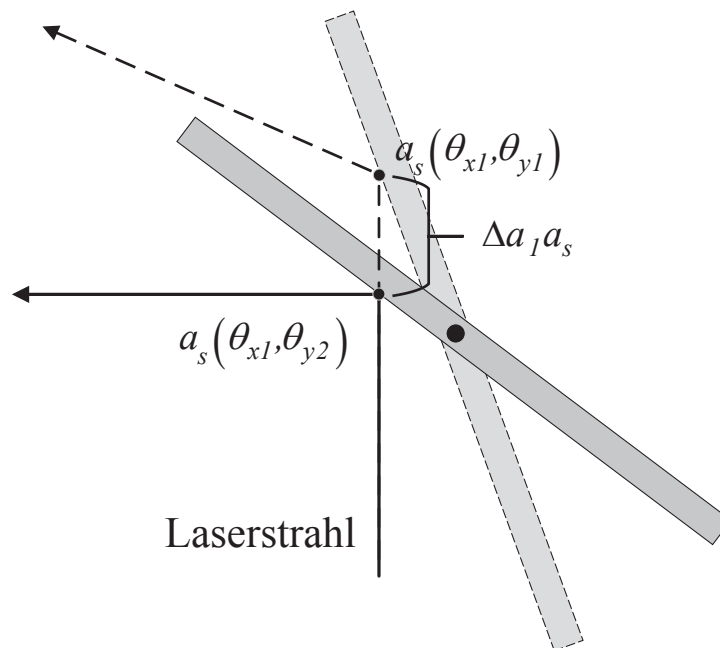


Abbildung 9: Längenabweichung

Nehmen wir den Fall an, dass die Anfangswinkel θ_{x1} und θ_{y1} sind. Das entspricht den Positionen der Auftreffpunkte $a_l(\theta_{y1})$ und $a_s(\theta_{x1}, \theta_{y1})$. Nach einer Bewegung des Messreflektors sind die Auftreffpunkte eine Funktion der rotierten Winkel $a_l(\theta_{y2})$ und $a_s(\theta_{x2}, \theta_{y2})$. Dann kann man die Abweichungen wie folgt berechnen:

$$\Delta a_0 a_1 = |a_1(\theta_{y2}) - a_0| - |a_1(\theta_{y1}) - a_0| \quad (3.8)$$

$$\Delta a_1 a_s = |a_s(\theta_{x2}, \theta_{y2}) - a_1(\theta_{y2})| - |a_s(\theta_{x1}, \theta_{y1}) - a_1(\theta_{y1})| \quad (3.9)$$

Im Ergebnis wird die Längenänderung wie folgt korrigiert:

$$\Delta \lambda = \Delta \lambda_{mess} - \Delta a_0 a_1 - \Delta a_1 a_s \quad (3.10)$$

Wie zuvor bereits beschrieben, wird das Modell so bestimmt, dass a_s und b_s die Funktionen von den Drehwinkeln des Scanners θ_x und θ_y sind. Das Strahlablenksystem führt die Transformation des Anfangsstrahls durch die zweifachen Reflexionen durch, wenn der Strahl durch die Einheit geht. Die Position von jedem Scannerspiegel wird durch vier Vektoren und eine skalare Größe bestimmt. Für den Scanner 1:

u_x – Drehachse des Spiegels 1;

θ_x – Drehwinkel um die Achse u_x ;

p_x – Ursprung des definierten Koordinatensystems;

m_x – Punkt auf der Spiegelebene;

n_x – Normalvektor zu der Spiegelebene.

Es gibt die gleichen Parameter für den Scanner y . Im Ergebnis bestimmt man die Anfangslage des Trackermoduls insgesamt mit 10 Parametern. Die Vektoren u_x und n_x sind Einheitsvektoren, die durch die zwei Winkel zu bestimmen sind. Die Parameter zur Berechnung der sphärischen Winkel bezeichnet man als α_{ux} , β_{ux} , α_{nx} , β_{nx} . Der Vektor u_x ist fixiert und als die x -Achse in diesem Koordinatensystem bestimmt, somit sind α_{ux} und β_{ux} gleich null. Deshalb kann man u_x wie folgt beschreiben:

$$u_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Für den Vektor n_x ist der Parameter α_{nx} fest definiert und gleich 90 Grad, weil der Spiegel parallel zu der Drehachse befestigt wurde. Deswegen ist β_{nx} ein Genauigkeitsmaß und gibt die Abweichung des Winkels an, wenn θ_x gleich null ist. Die Startposition dieses Einheitsvektors wird folgendermaßen definiert:

$$n_x = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \beta_{nx} \\ \sin \beta_{nx} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Der Punkt p_y wird als der Schnitt der Achsen z und u_y festgelegt. Die Drehachse u_y vom Scanner y wird durch die zwei sphärischen Winkeln α_{uy} und β_{uy} angegeben. Nur α_{uy} ist eine Variable. Der Winkel β_{uy} ist gleich null, weil die Achse u_y laut der Definition immer zur Achse z parallel ist. Die Position dieses Einheitsvektors kann man wie folgt definieren:

$$u_y = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{uy} \\ \sin \alpha_{uy} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Der Normalvektor n_y wird fast wie n_x bestimmt, d.h. mit zwei sphärischen Winkeln α_{ny} und β_{ny} . Die Startposition dieses Einheitsvektors wird durch diese Formel beschrieben:

$$n_y = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{ny} \cos \beta_{ny} \\ \sin \alpha_{ny} \cos \beta_{ny} \\ \sin \beta_{ny} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Die Variablen θ_x und θ_y werden für die dynamische Aktualisierung von der Anfangsstellung des Trackermoduls durch die Drehungsmatrix benutzt. Die Matrix von der Drehung um die Achse u auf den Winkel θ beschreibt man wie folgt [13]:

$$[R_{\theta,u}] = \begin{pmatrix} u_x^2(1-\cos\theta) + \cos\theta & u_x u_y(1-\cos\theta) + u_z \sin\theta & u_x u_z(1-\cos\theta) + u_y \sin\theta \\ u_x u_y(1-\cos\theta) + u_z \sin\theta & u_y^2(1-\cos\theta) + \cos\theta & u_y u_z(1-\cos\theta) + u_x \sin\theta \\ u_x u_z(1-\cos\theta) + u_y \sin\theta & u_y u_z(1-\cos\theta) + u_x \sin\theta & u_z^2(1-\cos\theta) + \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Nach der Drehung des 1. Spiegels auf den Winkel θ_x wird der Normalvektor durch folgende Formel beschrieben:

$$n_x' = [R_{ux,\theta_x}] \cdot n_x \quad (3.16)$$

Der rotierte Normalvektor für den 2. Spiegel wird wie nach Gleichung (3.16) berechnet.

3.2. Triangulation

Die Problematik bei der Berechnung der Koordinaten des Ziels durch ein Modul besteht darin, dass mit einzeltem Trackermodul nur die Längenänderung $\Delta\lambda$ messen kann. Deshalb, wie bereits dargestellt, ist es nötig, den Längenoffset λ_0 zu wissen. Aber mit zwei Trackermodule kann man die Koordinaten des TCPs nur durch die Parameter der Module berechnen. Das wird durch die Triangulation realisiert, welche in der Arbeit [11] beschrieben wurde.

Der Laserstrahl von jedem Trackermodul wird mit dem Auftreffpunkt a_s und mit dem Richtungseinheitsvektor b_s im Koordinatensystem angegeben:

$$p = a_s + \lambda b_s \quad (3.17)$$

Der Laserstrahl, der von jedem Trackermodul ausgeht, muss den Messreflektor im optischen Zentrum treffen. Bei einer idealen Betrachtung schneiden sich somit zwei Geraden im optischen Zentrum des Messreflektors. Aber aufgrund der Messfehler und Quantisierungsrauschen kann nicht angenommen werden, dass ein Schnittpunkt der Geraden tatsächlich existiert. Deshalb wird die Position des Reflektors als der Mittelpunkt der Minimaltransversale zwischen den zwei windschiefen Laserstrahlen bestimmt (Abbildung 10). Für die Triangulation ist es nötig, dass alle Parameter zu einem Koordinatensystem geführt werden. Die aufgestellten Vektoren des Trackermoduls 2 werden zum Koordinatensystem des Trackermoduls 1 transformiert:

$$a_{s2/1} = [R_{\alpha,x}][R_{\beta,y}][R_{\gamma,z}]a_{s2/2} + r_{02/1} \quad (3.18)$$

$$b_{s2/1} = [R_{\alpha,x}][R_{\beta,y}][R_{\gamma,z}]b_{s2/2} \quad (3.19)$$

mit $r_{02/1}$ als Positionsvektor des zweiten Trackermoduls im Koordinatensystem des ersten Trackermoduls. Die Laserstrahlen zum Reflektor sind wie folgt definiert:

$$p_1 = a_{s1} + \lambda b_{s1} \quad (3.20)$$

$$p_2 = a_{s2} + \lambda b_{s2} \quad (3.21)$$

Der Vektor der Minimaltransversale ist der kleinste Abstand zwischen diesen zwei Strahlen. Das Quadrat seines Moduls, $|c|^2$, wird folgendermaßen beschrieben:

$$|c|^2 = (p_2 - p_1)(p_2 - p_1) \quad (3.22)$$

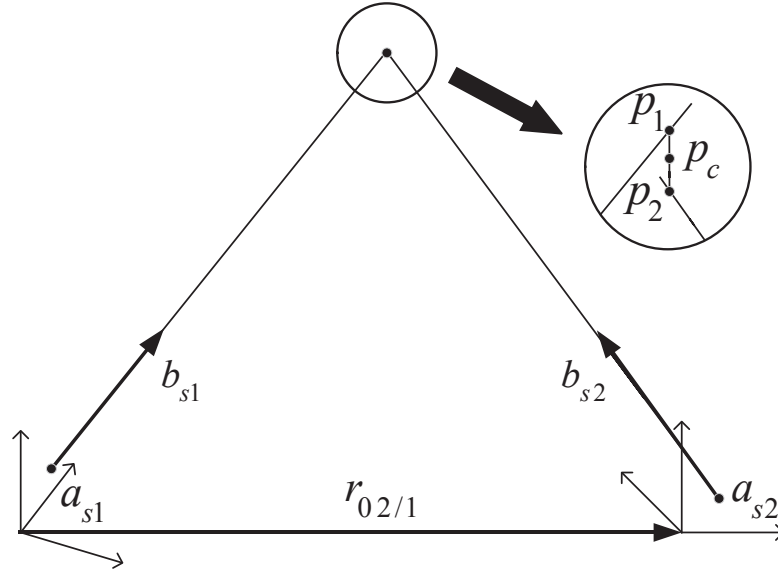


Abbildung 10: Minimaltransversale

Die Werte λ_1 und λ_2 sind so bestimmt, dass die beiden partiellen Ableitungen von $|c|^2$ nach λ_1 und λ_2 gleich null sind. Das System von zwei linearen Gleichungen mit λ_1 und λ_2 kann wie folgt berechnet werden:

$$B \cdot \lambda = k \quad (3.23)$$

mit

$$B = \begin{pmatrix} b_{s1} \cdot b_{s1} & -b_{s1} \cdot b_{s2} \\ -b_{s2} \cdot b_{s1} & b_{s2} \cdot b_{s2} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

$$k = \begin{pmatrix} b_{s1}(a_{s2} - a_{s1}) \\ b_{s2}(a_{s1} - a_{s2}) \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Nach der Bestimmung der Werte λ_1 und λ_2 wird der TCP wie folgt berechnet:

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \quad (3.27)$$

3.3. Trilateration

Für die Berechnung der Koordinaten des Ziels durch die drei Trackermodule kann man die Trilateration verwenden [14]. Diese Methode benutzt im Gegensatz zu der Triangulation die Abstände zwischen dem Ziel und den Trackern für die Berechnung der Koordinaten.

Für die Bequemlichkeit der Berechnung der Koordinaten des Ziels geben wir das Koordinatensystem wie folgt vor:

- das erste Modul ist der Ursprung des Koordinatensystems;
- das zweite Modul ist auf der x-Achse;
- das dritte Modul ist auf der x-y-Ebene.

Im Ergebnis werden die Koordinaten der Trackermodule wie folgt vorgegeben:

$$T1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; T2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; T3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Die Koordinaten des Ziels in diesem Koordinatensystem werden wie folgt vorgegeben (Abbildung 11)

$$p = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

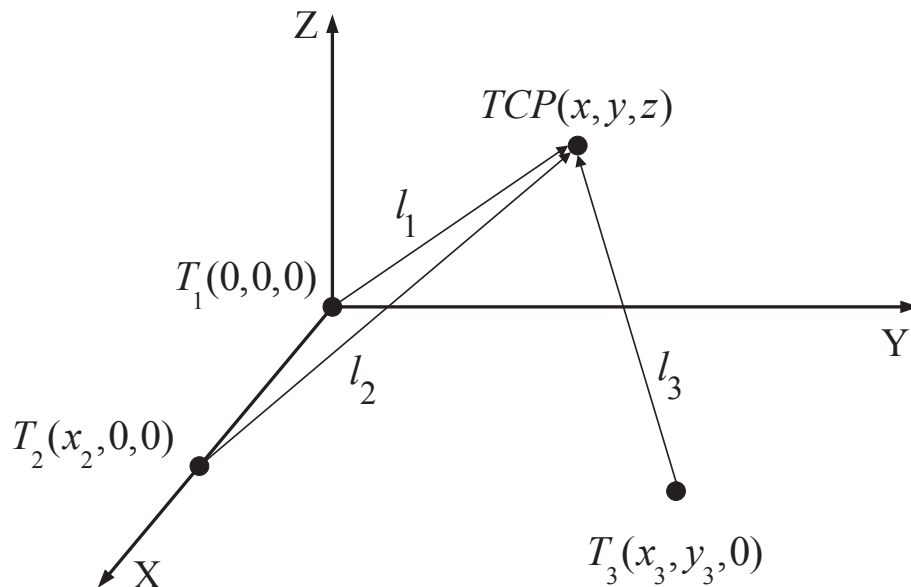


Abbildung 11: Koordinatensystem bei der Trilateration

Der Parameter l_i ist der Abstand zwischen dem Ziel und der Position des i-Trackers ($i=1, 2, 3$). Man kann der Zusammenhang zwischen den Positionen der Trackermodule und dem Ziel durch folgende Gleichungen beschreiben:

$$x^2 + y^2 + z^2 = l_1^2 \quad (3.30)$$

$$(x - x_2)^2 + y^2 + z^2 = l_2^2 \quad (3.31)$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + z^2 = l_3^2 \quad (3.32)$$

Subtraktion zwischen der Gleichung (3.30) und der Gleichung (3.31) gibt x :

$$x = \frac{l_1^2 - l_2^2 + x_2^2}{2x_2} \quad (3.33)$$

Die weitere Subtraktion der Gleichung (3.30) und der Gleichung (3.32) bestimmt y :

$$y = \frac{l_1^2 - l_3^2 + x_3^2 + y_3^2}{2y_3} - \frac{x_3}{y_3} x \quad (3.34)$$

Jetzt kann man x und y in der Gleichung (3.30) substituieren und z finden:

$$z = \pm \sqrt{l_1^2 - x^2 - y^2} \quad (3.35)$$

3.4. Multilateration

Die Methode für die Berechnung der Koordinaten des Ziels mit vier Trackermodulen ist die Multilateration. Das Koordinatensystem wird so vorgegeben, dass der erste Trackermodul der Ursprung des Koordinatensystems ist. In diesem Koordinatensystem werden die Positionen der Module wie folgt vorgegeben:

$$T1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; T2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}; T3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}; T4 = \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Die Koordinaten des Ziels im diesen Koordinatensystem wird wie folgt vorgegeben:

$$p = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

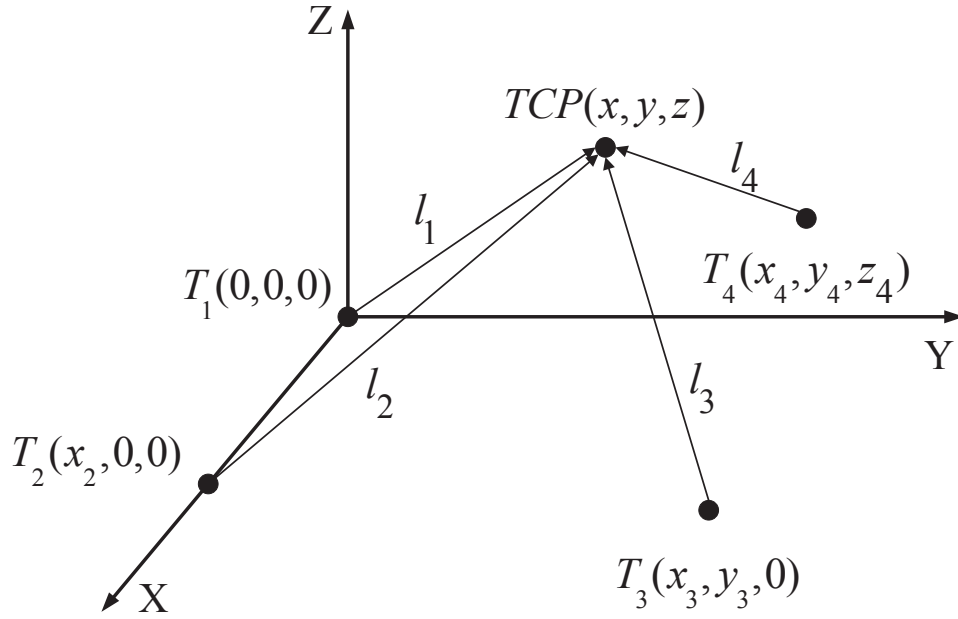


Abbildung 12: Koordinatsystem bei der Multilateration

Die Abstände zwischen den i-Modulen und dem Ziel werden durch den Parameter l_i ($i=1, 2, 3, 4$) beschrieben. Der Zusammenhang zwischen den Positionen der Trackermodule und dem Ziel wird durch folgende Gleichungen beschrieben [15]:

$$x^2 + y^2 + z^2 = l_1^2 \quad (3.38)$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = l_2^2 \quad (3.39)$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = l_3^2 \quad (3.40)$$

$$(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2 = l_4^2 \quad (3.41)$$

Dann subtrahieren wir die Gleichung (3.38) von den Gleichungen (3.39), (3.40) und (3.41). Im Ergebnis bekommen wir das folgende System:

$$\begin{cases} x_2^2 - 2 \cdot x_2 \cdot x + y_2^2 - 2 \cdot y_2 \cdot y + z_2^2 - 2 \cdot z_2 \cdot z = l_2^2 - l_1^2 \\ x_3^2 - 2 \cdot x_3 \cdot x + y_3^2 - 2 \cdot y_3 \cdot y + z_3^2 - 2 \cdot z_3 \cdot z = l_3^2 - l_1^2 \\ x_4^2 - 2 \cdot x_4 \cdot x + y_4^2 - 2 \cdot y_4 \cdot y + z_4^2 - 2 \cdot z_4 \cdot z = l_4^2 - l_1^2 \end{cases} \quad (3.42)$$

Dieses System kann man in die folgende Form bringen:

$$A \cdot p = k \quad (3.43)$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

$$k = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + l_1^2 - l_2^2) \\ \frac{1}{2}(x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 + l_1^2 - l_3^2) \\ \frac{1}{2}(x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 + l_1^2 - l_4^2) \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

Im Ergebnis werden die Koordinaten des TCP wie folgt berechnet:

$$p = A^{-1} \cdot k \quad (3.46)$$

Aber wenn das Koordinatensystem wie bei der Trilateration vorgeben wird, kann man die Matrix A und den Vektor k wie folgt aufschreiben (Abbildung 12):

$$A = \begin{pmatrix} x_2 & 0 & 0 \\ x_3 & y_3 & 0 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

$$k = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_2^2 + l_1^2 - l_2^2) \\ \frac{1}{2}(x_3^2 + y_3^2 + l_1^2 - l_3^2) \\ \frac{1}{2}(x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 + l_1^2 - l_4^2) \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

Für die Existenz einer einzigen Lösung der Gleichung (3.46) ist es notwendig, dass sich alle Lasertracker nicht in einer Ebene befinden [16].

4. Kalibrierverfahren

4.1. Einzeltrackerkalibrierung

Für das Erreichen hoher Genauigkeit bei der Messung ist es notwendig, die Kalibrierung des Systems durchzuführen. Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben wird das Modell durch die verschiedenen Parameter beschrieben, die für die Berechnung des TCP durch den Einzeltracker benutzt werden. In der Arbeit [12] wurde die Analyse des Einflusses der verschiedenen Parameter auf die Punkte im Raum betrachtet. Als Ergebnis der Analyse wurden die Parameter definiert, die den kleinsten Einfluss haben (Tabelle 1). Die Werte dieser Parameter sind fixiert.

Tabelle 1: Fixierte Parameter

Beschreibung	Parameter	Werte
Richtung der Drehachse des 1. Spiegels	α_{ux}	0°
	β_{ux}	0°
Richtung der Drehachse des 2. Spiegels	β_{uy}	0°
Anfangsstellung des Normalenvektors des 1. Spiegels	α_{nx}	90°
Ursprung des Lasers	L_x	0 mm

Auch wurden im Ergebnis der Analyse die Parameter definiert, die den größten Einfluss haben (Tabelle 2). Es ist notwendig die Kalibrierung dieser Parameter durchzuführen (Abbildung 13):

Tabelle 2: Veränderliche Parameter

Beschreibung	Parameter
Richtung des Lasers	α_L
	β_L
Ursprung des Lasers	L_y
	L_z
Spiegeldicke des 1. Spiegels	u_1
Abstand der Spiegelachsen	d
Richtung der Drehachse des 2. Spiegels	α_{uy}
Anfangsstellung des Normalenvektors des 2. Spiegels	β_{ny}
Spiegeldicke des 2. Spiegels	u_2
Anfangsstellung des Normalenvektors des 1. Spiegels	β_{nx}
Initialer Abstand zum Messbereich	λ_0
Spannung zu Winkel Faktor	K_x
	K_y

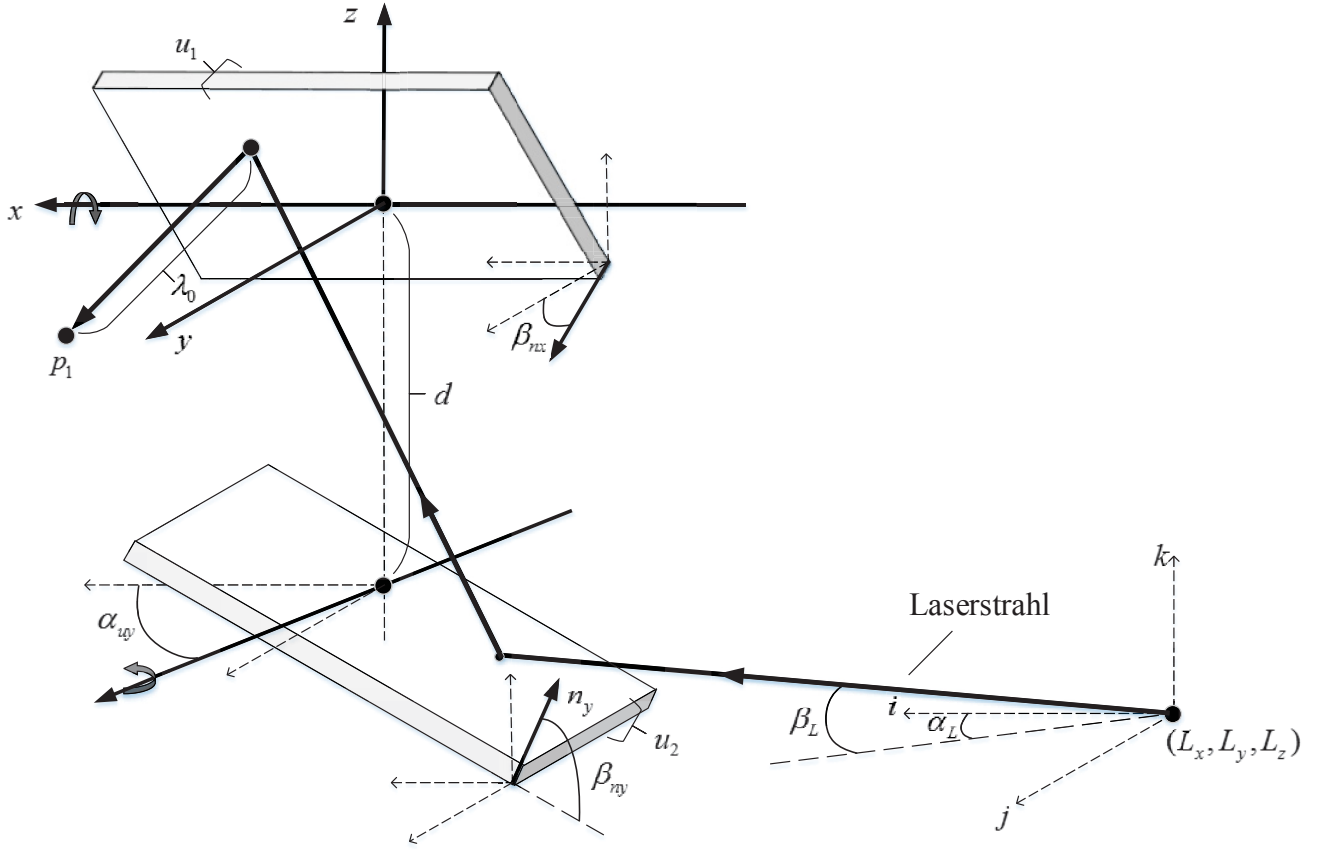


Abbildung 13: Parameter für die Kalibrierung

Der Laserstrahl geht von der Laserquelle aus, die durch die Koordinaten L_x , L_y und L_z vorgeben wird. Der Parameter L_x hängt von der Parameter L_y und L_z ab, deshalb wird diese Parameter als Konstant definiert, also er ist gleich null. Man muss die Parameter L_y und L_z kalibrieren.

Der Richtungsvektor wird durch zwei sphärischen Winkeln α_L sowie β_L angegeben. Den Spiegel 1 definiert man durch seine Dicke u_1 und dem Normalvektor n_y , der wird durch sphärischen Winkeln α_{ny} sowie β_{ny} definiert. Den Winkel α_{ny} kann man durch den Winkel α_{uy} folgenderweise bestimmen:

$$\alpha_{ny} = \alpha_{uy} + 90^\circ \quad (4.1)$$

Deshalb muss man nur die Winkel β_{ny} und α_{uy} kalibrieren. Die Drehachse des Spiegels 2 wird als x-Achse definiert, deshalb sind die Parameter α_{ux} , β_{ux} , α_{nx} fixiert und gleich null. Den Spiegel 2 definiert man durch die Dicke u_2 und dem sphärischen Winkel β_{nx} des Normalvektors n_x . Durch alle diese Parameter kann man die resultierende Richtung des Laserstrahles berechnen.

Für die Aktualisierung der Positionen der Spiegel benutzt man die Parameter K_x und K_y , um die Drehwinkel durch die Spannung auf der Galvomotoren zu berechnen. Um die Koordinaten des TCP zu bestimmen, muss man noch die Abstand λ_0 bis ersten Punkte des Messbereiches kalibrieren.

Um die Kalibrierung dieser Parameter durchzuführen, werden die Koordinaten vor den zwei Punkten berechnet, die sich in einem bestimmten Abstand befinden (Abbildung 14).

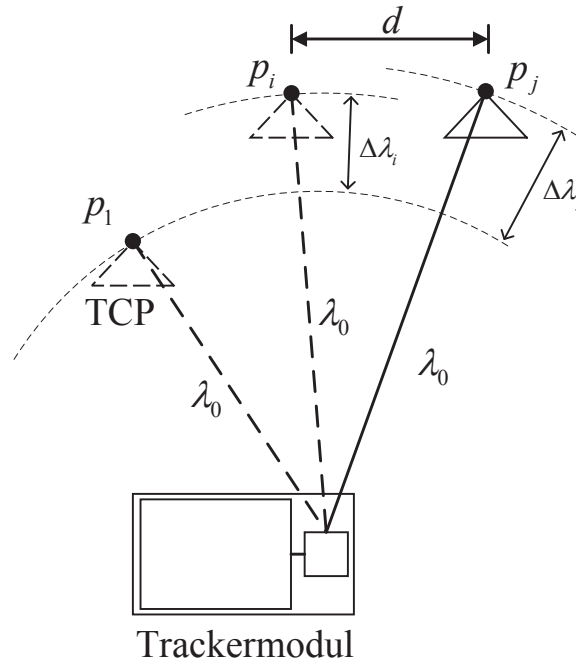


Abbildung 14: Einzeltracker Kalibrierung

Der Abstand zwischen den Punkten wird durch folgende Formel berechnet:

$$d_{i,j}(\alpha_L, \beta_L, L_y, L_z, u_1, d, \alpha_{v2}, \beta_{S2}, u_2, \beta_{S1}, K_x, K_y) = |p_i - p_j| \quad (4.2)$$

mit

$$p_{i/j} = a_{si/j} + \lambda_{i/j} b_{si/j} \quad (4.3)$$

$$\lambda_{i/j} = \lambda_0 + \Delta \lambda_{i/j} \quad (4.4)$$

mit

λ_0 – Längenoffset;

$\Delta \lambda_{i/j}$ – relative Länge, die durch das Interferometer berechnet wird. Diese Werte sind sensibel zu den kalibrierten Parametern.

Durch die eingegangenen Koordinaten wird der Abstand berechnet und mit dem Realabstand verglichen. Aber für die Kalibrierung ist es notwendig, mehr als zwei Punkte zu verwenden. Die Messpunkte sind äquidistant angeordnet und befinden sich innerhalb eines Würfelvolumens. Auf der Abbildung 15 wird ein Beispiel der Anordnung von 27 Punkten in einem Würfelvolumen gezeigt:

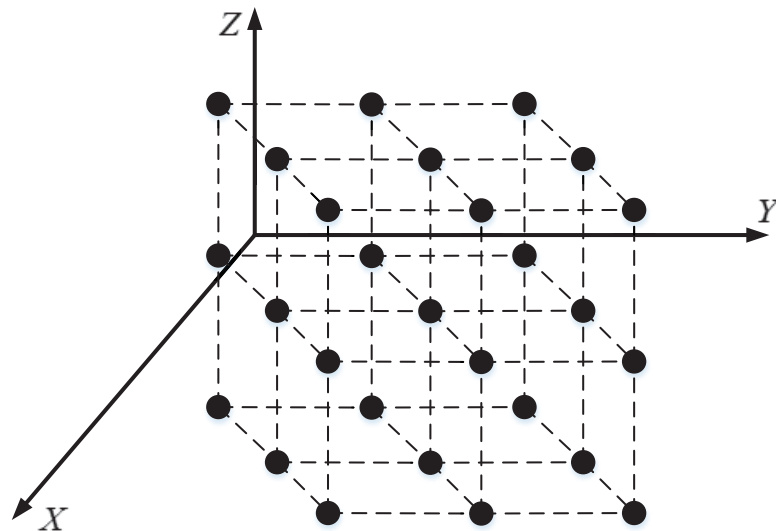


Abbildung 15: Messpunkte

Die eingegangenen Messdaten benutzt man, um die Abstände zwischen allen Messpunkten zu ermitteln (Abbildung 16).

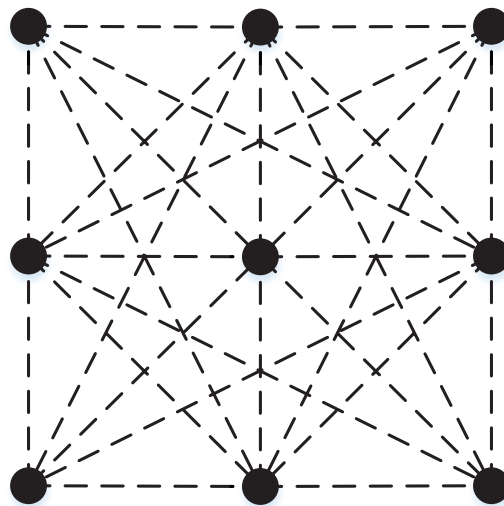


Abbildung 16: Messabstände

Für n Messpunkte wird die Anzahl der Abstände zwischen allen Punkten durch nachfolgende Formel berechnet:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \quad (4.5)$$

Es ist notwendig, damit die eingegangenen Werte der Abstände so ähnlich wie möglich zu den echten Werten sind. Die Qualität der Annäherung wird bei der Gütefunktion beschrieben [12]:

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (d_{i,j} - |p_i - p_j|)^2 \quad (4.6)$$

4.2. Zweitrackerkalibrierung

Bei der Kalibrierung des Systems, das mehr als aus den zwei Trackern besteht, ist das Ziel die Positionen der Tracker zu bestimmen. Ursprung des Koordinatensystems ist der Punkt auf der Drehachse des oberen Spiegels des ersten Trackermoduls. Deshalb muss man die Koordinaten anderer Tracker in Bezug auf das erste Trackermodul bestimmen.

Der Laserstrahl von jedem Trackermodul wird mit dem Punkt a_s und mit dem Richtungseinkheitsvektor b_s im Koordinatensystem angegeben:

$$p = a_s + \lambda b_s \quad (4.7)$$

Die Parameter des 2. Trackermoduls werden folgenderweise in das Koordinatensystem des 1. Trackermoduls überführt:

$$a_{s2/1} = [R_{\alpha,x}][R_{\beta,y}][R_{\gamma,z}]a_{s2/2} + r_{02/1} \quad (4.8)$$

$$b_{s2/1} = [R_{\alpha,x}][R_{\beta,y}][R_{\gamma,z}]b_{s2/2} \quad (4.9)$$

mit $r_{02/1}$ als Positionsvektor des zweiten Trackermoduls im Koordinatensystem des ersten Trackermoduls.

Für die Kalibrierung der drei Komponenten von $r_{02/1}$ und der drei Drehwinkel α , β , γ wurden in der Arbeit [11] zwei Kriterien beschrieben. Das erste Kriterium besteht darin, dass zwei Laserstrahlen in das Zentrum des Ziels treffen müssen. Aber wegen des Messfehlers und Quantisierungsrauschen passiert das nicht. Durch die Triangulation kann man den Minimalabstand $|c|$ zwischen zwei windschiefen Laserstrahlen berechnen. Man muss diesen Abstand minimieren. Dieses Kriterium ist sensibel zu den Parametern der Drehwinkel.

Das zweite Kriterium ist sensibel zu dem Parameter $r_{02/1}$. Dieses Kriterium ist ähnlich dem Kriterium, das bei der Einzelkalibrierung benutzt wird. Es besteht darin, dass man die Koordinaten der zwei Punkte durch die Triangulation berechnen muss. Durch eingegangene Koordinaten wird der Abstand berechnet und mit dem Realabstand verglichen (Abbildung 17).

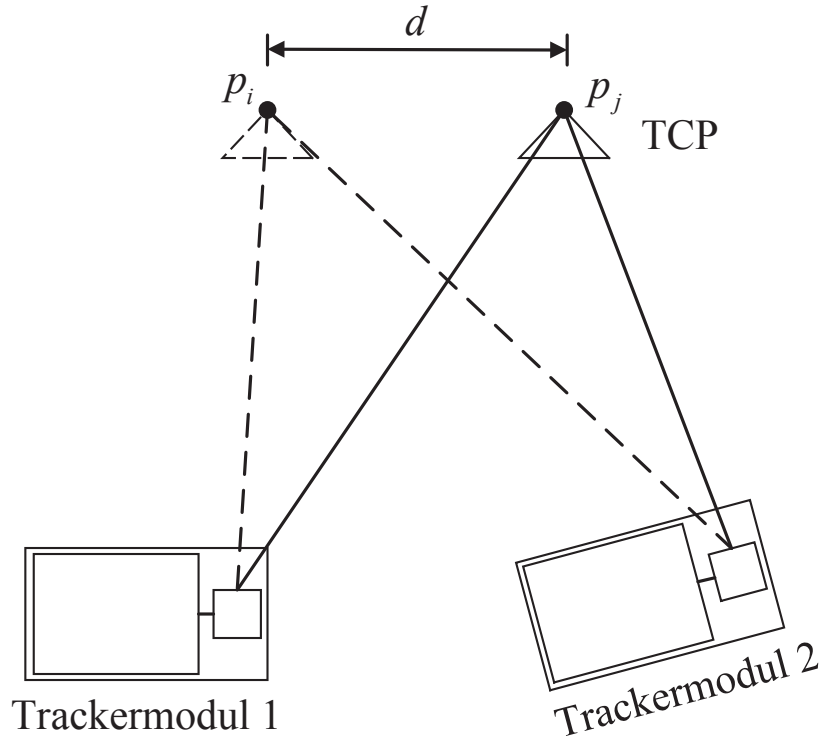


Abbildung 17: Zweitrackerkalibrierung

Bei der Kalibrierung benutzt man n Messpunkte, die äquidistant angeordnet sind und sich innerhalb eines Würfelvolumens befinden. Das erste Kriterium sieht folgenderweise aus:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \quad (4.10)$$

Und zweitens Kriterium sieht folgenderweise aus:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (d_{i,j} - |p_i - p_j|)^2 \quad (4.11)$$

Im Ergebnis lässt sich das Kriterium wie folgt berechnen:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (4.12)$$

4.3. Multitrackerkalibrierung

Die Aufgabe bei der Einzelkalibrierung besteht darin, eine genügend hohe Genauigkeit der Messungen des Moduls zu erreichen. Sobald dies gemacht ist, kann man die Kalibrierung des Multisystems durchführen. Im Unterschied zu der Einzelkalibrierung muss man bei der Multitrackerkalibrierung die Positionen der Tracker in Bezug auf den Koordinatensystem des 1. Moduls und die Längensoffsets bestimmen.

Das Trilaterationsprinzip liegt der Methode der Multitrackerkalibrierung zugrunde. Das Kriterium für die Kalibrierung der vier Module wurde in der Arbeit [6] beschrieben. Für die Berechnung der Koordinaten des Ziels braucht man drei Tracker, aber bei der Kalibrierung werden vier Tracker verwendet. Durch die Redundanz des vierten Moduls, die bei der jeder Messung gesammelt wird, kann man die Positionen aller Module und die Anfangspositionen des Retroreflektors ohne ein anderes Messgerät bestimmen.

Bei der Kalibrierung werden n Messpunkte benutzt, die äquidistant angeordnet sind und sich innerhalb eines Würfelvolumens befinden. Für jeden Punkt wird der Abstand zwischen diesem und jedem Trackermodul durch die folgende Formel berechnet:

$$l_{i,j} = l_{0j} + \Delta l_{i,j}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (4.13)$$

mit

l_{0j} – Längensoffset des j -Trackers;

$\Delta l_{i,j}$ – relative Länge, die durch das j -Trackermodul für den i -Messpunkt berechnet wird.

Mit drei Lasertrackern werden durch die Trilateration die Koordinaten jedes Messpunktes p_i berechnet. Durch die eingegangenen Koordinaten wird der Abstand zwischen dem Ziel und der Trackermodulen wie folgt berechnet:

$$d_{i,j} = |T_j - p_i|, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (4.14)$$

Dann werden die Abstände verglichen, die man durch beide Methoden bekommt. Im Ergebnis wird das Kriterium wie folgt vorgegeben:

$$Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^4 (d_{i,j} - l_{i,j})^2 \quad (4.15)$$

Die Gesamtanzahl der unbekannten Parameter ist 16: drei Koordinaten für jedes Trackermodule und vier Längenoffsets. Wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, wird bei der Trilateration das Koordinatensystem wie folgt vorgeben:

- das erste Modul ist der Ursprung des Koordinatensystems;
- das zweite Modul ist auf der x-Achse;
- das dritte Modul ist auf der x-y-Ebene.

Im Ergebnis werden die Koordinaten des Lasertrackers wie folgt vorgeben (Abbildung 18):

$$T1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; T2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; T3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ 0 \end{pmatrix}; T4 = \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

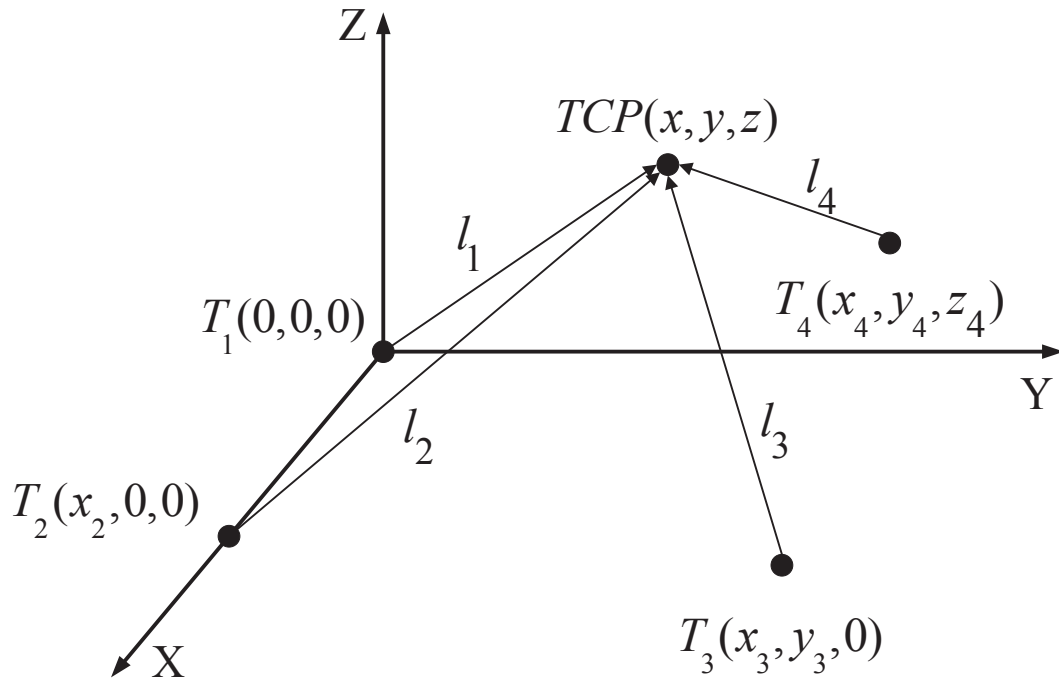


Abbildung 18: Koordinatensystem bei der Multitrackerkalibrierung

Deswegen ist die Gesamtanzahl der unbekannten Parameter schon 10. Außerdem kann der Längenoffset des vierten Moduls durch die Daten der anderen drei Tracker bei der ersten Koordinatenmessung des Ziels berechnet werden. Deshalb ist die Gesamtanzahl der Parameter für die Optimierung 9.

Wie schon behandelt wurde, benutzt man für die Berechnung der Koordinaten der Messpunkte nicht vier Lasertracker, sondern drei. Das hängt damit zusammen, dass man bei der Berechnung die Längenoffsets l_{0j} der Tracker benutzt, die die Fehler haben. Diese Fehler beein-

flussen die Genauigkeit der Berechnung der Koordinaten der Messpunkte. Je mehr Trackermodule verwendet werden, desto größer sind die Abweichungen der Koordinaten. Außerdem wird die Anzahl der Parameter für die Optimierung größer, weil man die Kalibrierung des Längenoffsets des vierten Trackermoduls durchführen muss. Das vergrößert die Zeitdauer der Kalibrierung.

4.4. Modellierung der Nichtlinearität vom Winkelsensor

Die Genauigkeit der Messung der Längenänderung $\Delta\lambda$ bei der Bewegung des Ziels hängt am meisten von der Güte der Einzeltrackerkalibrierung ab. Dieser Wert wird wie folgt berechnet:

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_{mess} + \lambda_{kor} \quad (4.17)$$

mit

$\Delta\lambda_{mess}$ – Längenänderung, die mit dem Interferometer berechnet wird;

λ_{kor} – Längekorrektur bei der Drehung der Scannerspiegel.

Aber sogar nach der Kalibrierung der Parameter des Moduls gibt es die Fehler e bei der Berechnung dieses Wertes:

$$\Delta\lambda_{kalib} = \Delta\lambda_{mess} + \lambda_{kor\,kalib} = \Delta\lambda_{mess} + \lambda_{kor} + e \quad (4.18)$$

Diese Fehler entstehen wegen der Ungenauigkeit der Berechnung der Drehwinkel der Scannerspiegel. Die Drehwinkel werden durch die folgenden Formeln berechnet:

$$\varphi = K_x \cdot V_x \quad (4.19)$$

$$\theta = K_y \cdot V_y \quad (4.20)$$

mit

V_x und V_y – Spannung an den Galvamotoren der Scannerspiegel;

K_x und K_y – Faktoren für die Übertragung der Spannung in den Drehwinkel der Scannerspiegel. Diese Faktoren werden bei der Einzeltrackerkalibrierung kalibriert.

Die Spannung ändert sich von -10V bis 10V, und dies soll im idealen Fall der Änderung des Drehwinkels des Spiegels von -15° bis 15° entsprechen. Dann kann man die Drehwinkel wie folgt berechnen:

$$\varphi = 1,5 \cdot V_x \quad (4.21)$$

$$\theta = 1,5 \cdot V_y \quad (4.22)$$

Aber in der Realität wird die Abhängigkeit des Winkels von der Spannung mit den komplizierteren Funktionen $\varphi(V)$ und $\theta(V)$ beschrieben (Abbildung 19).

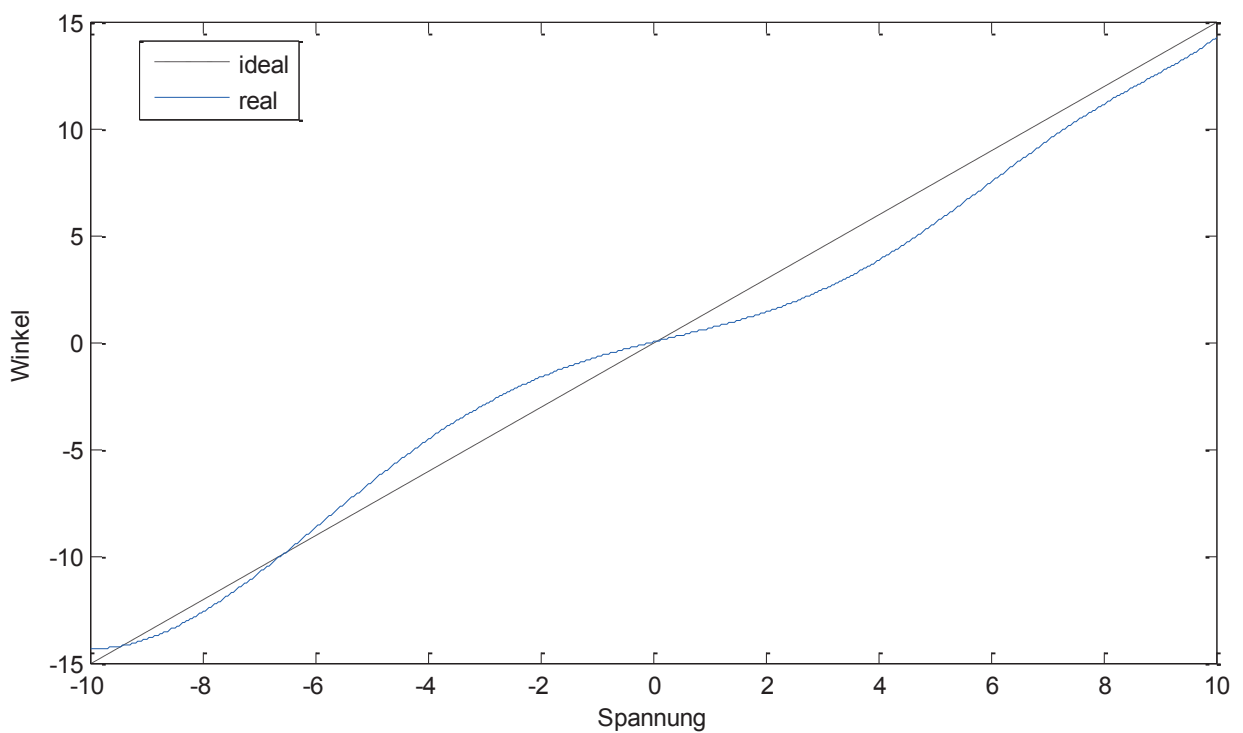


Abbildung 19: Beispiel der Winkelfunktion

Bei der Kalibrierung von Parametern K_x und K_y werden nur die annähernden Durchschnittswerte der Ableitungen der Winkelfunktion berechnet (Abbildung 20):

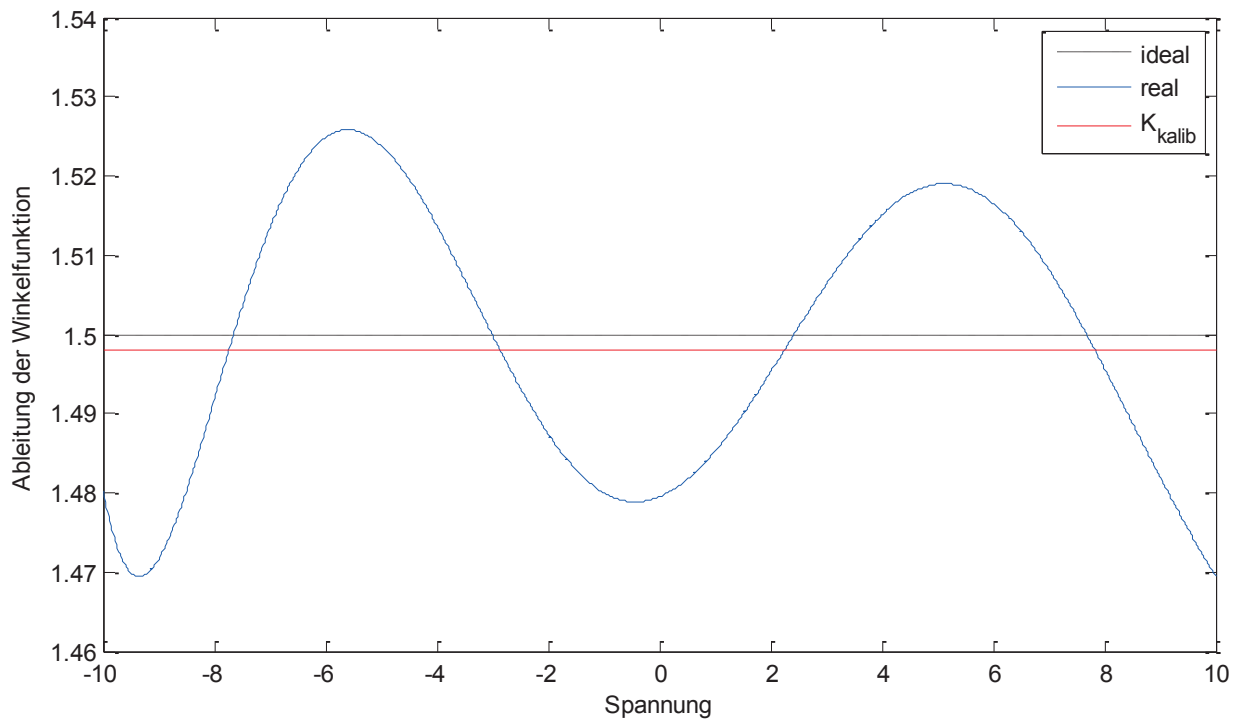


Abbildung 20: Beispiel der Ableitung der Winkelfunktion und des kalibrierten Parameters K

Aber man kann den Bereich von -10V bis 10V in den Strecken teilen und die Kalibrierung der Koeffizienten durchführen, die jeder Strecke entsprechen (Abbildung 21). Das hilft eine genauere Darstellung der Ableitung der Winkelfunktion zu bekommen.

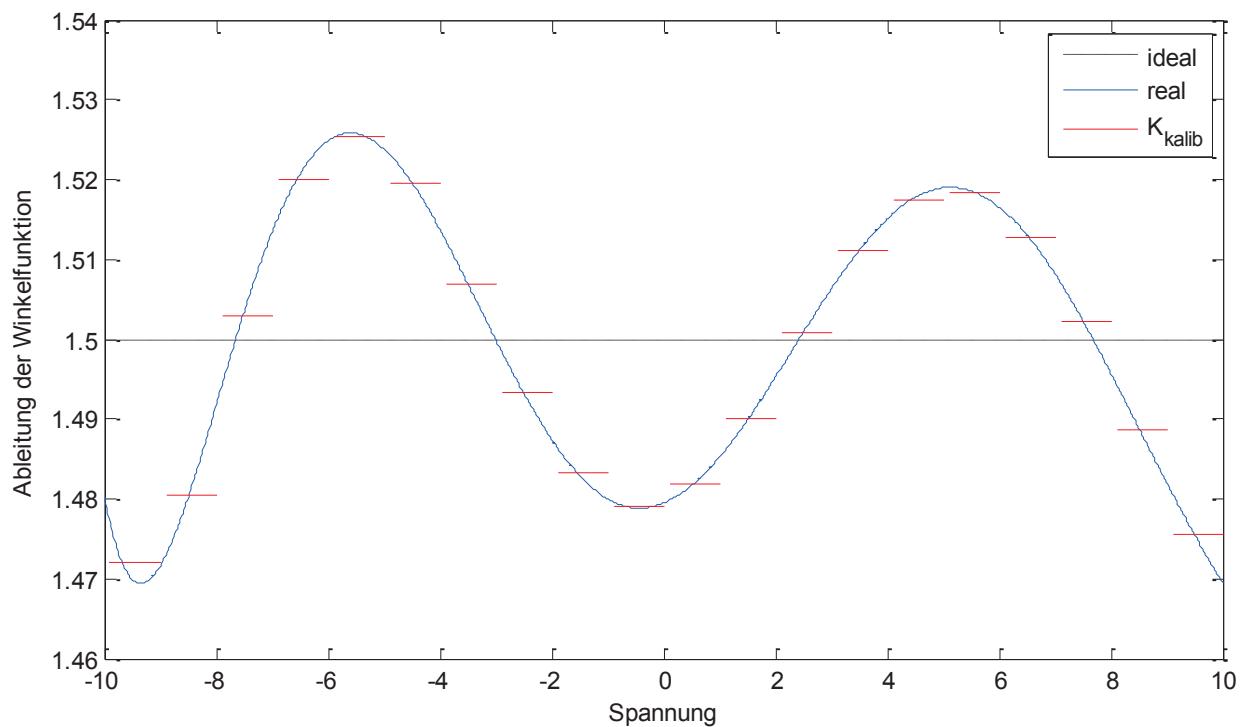


Abbildung 21: Beispiel der kalibrierten Parameter K für den abtastenden Spannungsbereich

Durch diese Koeffizienten erhält man die Approximationsfunktionen $\dot{\tilde{\varphi}}(V)$ und $\dot{\tilde{\theta}}(V)$ der Funktionen der Ableitungen $\dot{\varphi}(V)$ und $\dot{\theta}(V)$. Dann muss man für die Berechnung der Winkel die Integrale dieser Funktionen finden:

$$\varphi(V_x) \approx \int_0^{V_x} \dot{\tilde{\varphi}}(V) dV \quad (4.23)$$

$$\theta(V_y) \approx \int_0^{V_y} \dot{\tilde{\theta}}(V) dV \quad (4.24)$$

Die geometrische Bedeutung des Integrals ist der Flächeninhalt der Figur unter dem Schaubild der Funktion [17]. Deshalb muss man für die Berechnung der Winkel den Flächeninhalt der Figur finden, die mit der Approximationsfunktion von 0V bis zu dem gesuchten Spannungswert gegründet wird (Abbildung 22).

Das kann man durch die folgenden Formeln berechnen [18]:

$$\varphi(V_x) \approx \begin{cases} h \left[\sum_{i=0}^{(V_x \text{ div } h)-1} K_x [i \cdot h; (i+1) \cdot h] + (V_x - (V_x \text{ div } h) \cdot h) \cdot K_x [(V_x \text{ div } h) \cdot h; ((V_x \text{ div } h)+1) \cdot h] \right], & V_x > 0; \\ 0, & V_x = 0; \\ h \left[- \sum_{i=0}^{-(V_x \text{ div } h)-1} K_x [-(i+1) \cdot h; -i \cdot h] + (V_x - (V_x \text{ div } h) \cdot h) \cdot K_x [-(V_x \text{ div } h) \cdot h; -(V_x \text{ div } h+1) \cdot h] \right], & V_x < 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\theta(V_y) \approx \begin{cases} h \left[\sum_{i=0}^{(V_y \text{ div } h)-1} K_y [i \cdot h; (i+1) \cdot h] + (V_y - (V_y \text{ div } h) \cdot h) \cdot K_y [(V_y \text{ div } h) \cdot h; ((V_y \text{ div } h)+1) \cdot h] \right], & V_y > 0; \\ 0, & V_y = 0; \\ h \left[- \sum_{i=0}^{-(V_y \text{ div } h)-1} K_y [-(i+1) \cdot h; -i \cdot h] + (V_y - (V_y \text{ div } h) \cdot h) \cdot K_y [-(V_y \text{ div } h) \cdot h; -(V_y \text{ div } h+1) \cdot h] \right], & V_y < 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

mit

h – Abtastschritt. Dann wird die Anzahl der Koeffizienten bei der Abtastung wie folgt berechnet:

$$N_K = \frac{20}{h} \quad (4.27)$$

$V \text{ div } h$ – ganzer Teil bei den Dividieren V durch h .

$K_x [a;b]$, $K_y [a;b]$ – Faktoren für die Übertragung der Spannung in den Drehwinkel den Scannerspiegel, die den Spannungsbereich von a bis b Volt entsprechen.

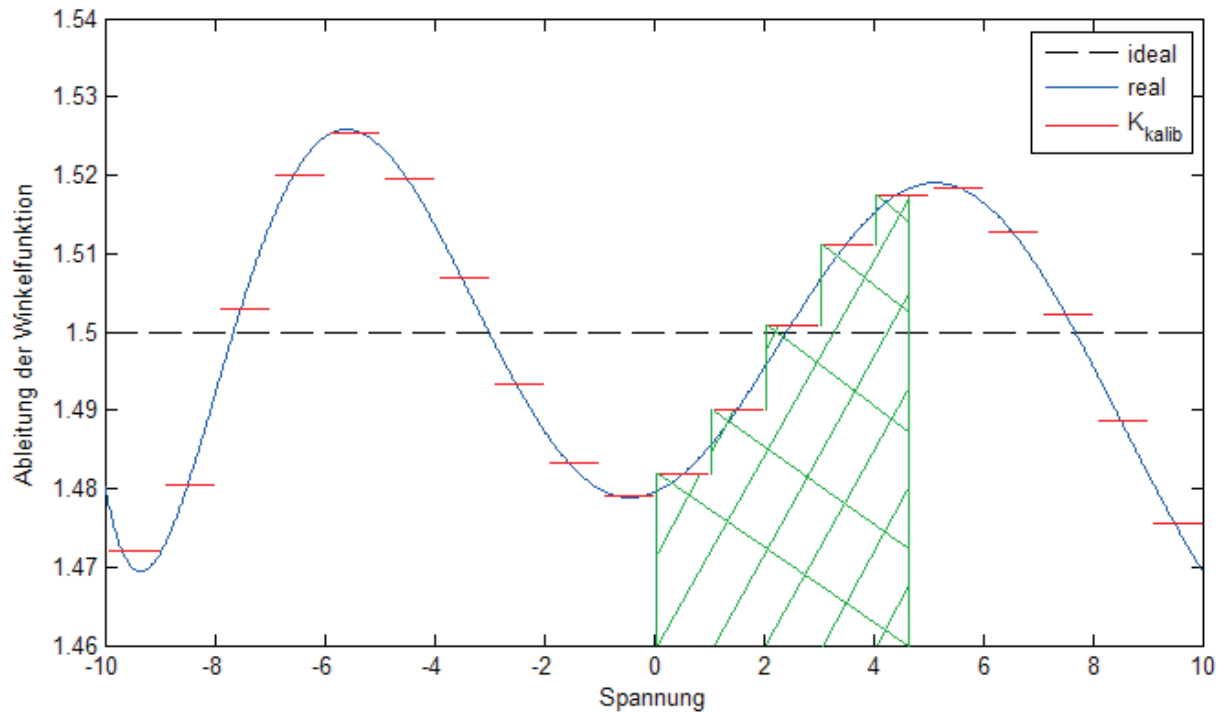


Abbildung 22: Graphische Darstellung des numerischen Integrierens

Je kleiner der Abtastschritt ist, desto genauer sind die Approximationsfunktionen. Das hilft, die Genauigkeit der Messungen zu vergrößern, die man durch das Trackermodul bekommt.

Aber bei den kleineren Abtastschritten muss man bei der Kalibrierung mehr Messpunkte benutzen. Die durchschnittliche Anzahl der Messwerte der Spannung muss für jede Strecke der Abtastung hinreichend für die Kalibrierung der Koeffizienten sein. Je mehr Spannungswerte der Strecke entsprechen, desto genauer ist der Koeffizient für diese Strecke.

5. Implementierung und Validierung in Matlab/Simulink

Im Kapitel 4 wurden die verschiedenen Kalibrierungsverfahren beschrieben. Für die Funktionalitätsuntersuchung der beschriebenen Gütefunktionen für die Kalibrierung wurden die mathematischen Modelle im Matlab/Simulink implementiert und simuliert. Diese Modelle generieren die Startparameter für die eingestellten realen Parameter des Systems und die Messdaten für die Optimierung mit den zufälligen Messfehlern.

5.1. Betrachtung des Messrauschens

Die Fehler der Parameter des Systems sind die Zufallsvariablen, die die Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ haben. Auf der Abbildung 23 kann man die Darstellungen der Dichtefunktionen der Normalverteilung mit den verschiedenen Parametern des Erwartungswerts μ und der Varianz σ^2 sehen. Auf der x-Achse sind die Werte der Zufallsvariablen der Normalverteilung, und auf der y-Achse sind die Werte der Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens.

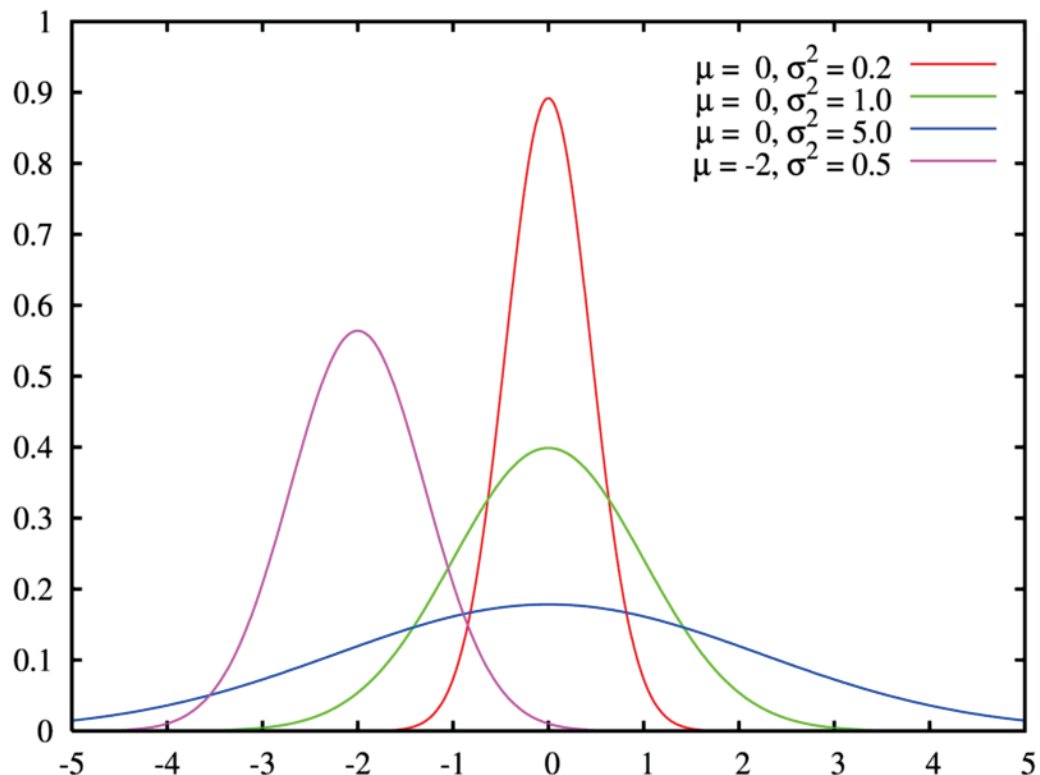


Abbildung 23: Dichtefunktionen der Normalverteilung [19]

Durch die Veränderung der Verteilungsparameter kann man die Daten mit verschiedenen Streuungen der Fehler bekommen.

5.2. Auswahl des Optimierungsverfahrens

Bei der Kalibrierung des Systems stellt sich die Aufgabe der Optimierung ihrer Parameter durch die behandelten Gütefunktionen. Die Aufgabe der Optimierung besteht darin, das Minimum der gegebenen Gütefunktionen bei den eingestellten Beschränkungen der Parameter zu finden. Aber bei diesen Beschränkungen kann die Funktion einige lokale Minima haben. Die Abbildung 24 stellt ein Beispiel einer dreidimensionalen Funktion dar, die zwei lokale Minima hat.

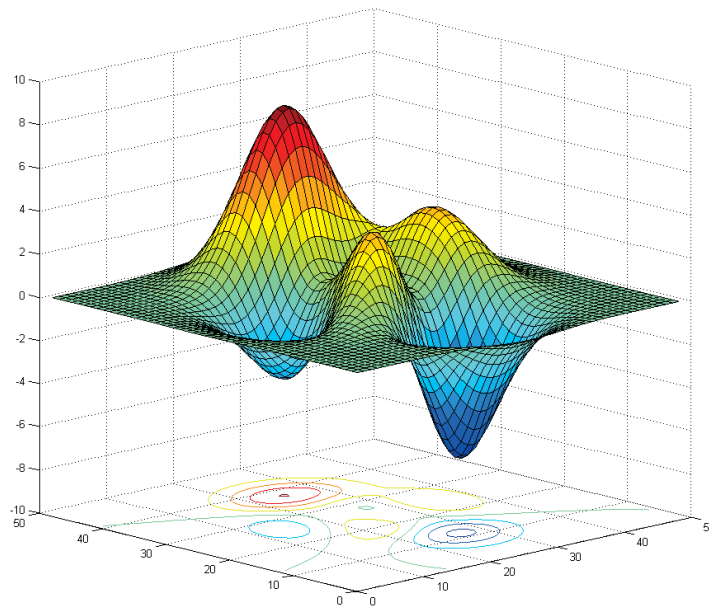


Abbildung 24: Beispiel der Funktion mit zwei lokalen Minima

Unter den eingegangenen Werten muss man die Werte der Parameter des Systems finden, die das globale Minimum gewährleisten. Diese Werte der Parameter garantieren die beste Annäherung zu den Realwerten der Parameter des Systems, also die höchstgenauen Werte der Koordinaten des Ziels.

Matlab hat die Mittel für die Suche des globalen Minimums der multidimensionalen Funktionen. Diese Verfahren benutzt die eingestellte Vektoranzahl K der Startwerte der Parameter des Systems. Ein von diesen Vektoren wird beim Anwender vorgegeben, andere $K-1$ werden zufällig generiert. Jeder von diesen Vektoren wird als Startparameter für das Verfahren der Suche des lokalen Minimums verwendet. Von den eingegangenen lokalen Minima wird das kleinste Minimum ausgewählt, das die Lösung der gestellten Aufgabe ist.

In dieser Arbeit werden die Verfahren der Suche des globalen Minimums betrachtet, die auf Verfahren zur Suche des lokalen Minimums wie dem Quasi-Newton-Verfahren, dem Gauß-

Newton-Verfahren und dem Levenberg-Marquardt-Verfahren basieren. Das Levenberg-Marquardt-Verfahren ist das verbesserte Gauß-Newton-Verfahren. Beide diese Verfahren sind für die Minimierung der quadratischen Funktionen bestimmt, also für die Lösung der folgenden Aufgaben [20]:

$$\sum_i f_i(x)^2 \xrightarrow{x} \min \quad (5.1)$$

Und alle behandelten Gütefunktionen haben die folgende Art:

$$Q = \sum_i f_i(x)^2 \quad (5.2)$$

Diese Verfahren wurden bei der Suche der Optimalparameter bei der Multikalibrierung getestet.

Für die Optimierung wurden die Startwerte der Parameter der Positionen und der Längensoffsets der Module mit der zufälligen Abweichung generiert, die die verschiedenen Werte des Parameters σ^2 der Normalverteilung $N(0, \sigma^2)$ haben. Als die Startparameter der Optimierung wurden K=100 Vektoren benutzt. Die Tabelle 3 und 4 zeigen die Ergebnisse der Optimierung.

Tabelle 3: Ergebnisse der Multikalibrierung für Messlängenabweichung $N(0, 0)$

	Messlänge $N(0, 0)$	Startparameter $N(0, 3)$	Quasi- Newton	Gauß- Newton	Levenberg- Marquardt
Maximale Abweichung (mm)	0	4.2626	14.2626	0.006	100
Norm der Abweichung (mm)	0	7.3598	31.7717	0.0096	111.8034
Gütwert	-	3.5482e+03	1.1543e+03	8.5645e-10	6.2034e-14
Laufzeit (sec)	-	-	18.59	31.24	225.92

Aus den Tabelle 3 kann man sehen, dass das Levenberg-Marquardt-Verfahren das beste Resultat bei Längenmessungen ohne Fehler liefert. Aber in der Praxis ist das nicht möglich.

Tabelle 4: Ergebnisse der Multikalibrierung für Messlängenabweichung $N(0, 0.002)$

	Messlänge $N(0, 0.002)$	Startparameter $N(0, 3)$	Quasi- Newton	Gauß- Newton	Levenberg- Marquardt
Maximale Abweichung (mm)	0.0067	6.4583	13.1606	5.6994	5.6848
Norm der Abweichung (mm)	0.0309	9.6458	26.1797	8.8399	8.8163
Gütwert	-	230.1544	1.2148e+03	0.0139	0.0139
Laufzeit (sec)	-	-	14.69	35.39	121.9

Bei dem größeren Messfehler haben das Gauß-Newton- und das Levenberg-Marquardt-Verfahren die gleichen Gütwerte. Aber ein Nachteil des Levenberg-Marquardt-Verfahrens ist die große Zeit der Ausführung. Deshalb passt dieses Verfahren nicht.

Weiter wurde bei der Optimierung ein Verfahren der Suche des globalen Minimums verwendet, das auf dem Gauß-Newton-Verfahren basiert.

5.3. Einzeltrackerkalibrierung

5.3.1. Validierung des Kalibrierungsalgorithmus

Für die Einzelkalibrierung wurde der Messbereich aus $7 \times 7 \times 3$ Punkten und mit der Abmessungen $91\text{mm} \times 65\text{mm} \times 100\text{mm}$ modelliert. Durch die Formel (4.5) ist dann die Anzahl der Bedingungen der Gütefunktion $N=10731$.

Die Startwerte der Parameter des Moduls und des Längenoffsets mit der zufälligen Abweichung generiert, die die Normalverteilung $N(0, 5)$ hat.

Für Modellierung der Nichtlinearität der Winkelsensoren wurden die Winkelpolynome für jeden Spiegel generiert. Die Kalibrierung wurde für verschiedene Anzahlen N_K der Koeffizienten K der Übertragung der Spannung in den Drehwinkel des Scannerspiegels durchgeführt.

Die Tabelle 5 zeigt die Ergebnisse der Optimierung.

Tabelle 5: Ergebnisse der Einzelkalibrierung

	Startparameter	Kalibrierte Parameter					
		$N_K=1$	$N_K=2$	$N_K=4$	$N_K=10$	$N_K=20$	$N_K=40$
Maximale Abweichung	7.1324	1.6717	5.9805	3.0870	0.3063	0.0519	0.068
Norm der Abweichung	1.6331	0.4509	0.9283	0.3415	0.0205	0.0055	0.0068
Gütewert	3.31e+04	161.5719	94.8162	49.1746	0.3503	0.0058	4.89e-04
Mittelwert der Gütewert	0.5577	0.0011	-0.0028	4.25e-04	1.94e-05	-1.05e-05	5.2e-07

Die Startwerte und die Grenzen für die Kalibrierung befinden sich in Tabelle 14 im Anhang.

Die genauen und die kalibrierten Parameter befinden sich in Tabelle 15.

Die Abbildung 25 stellt die Werte Q_i für i-Bedingung der Gütefunktion dar, die der Anzahl $N_K=1$ und $N_K=40$ entsprechen.

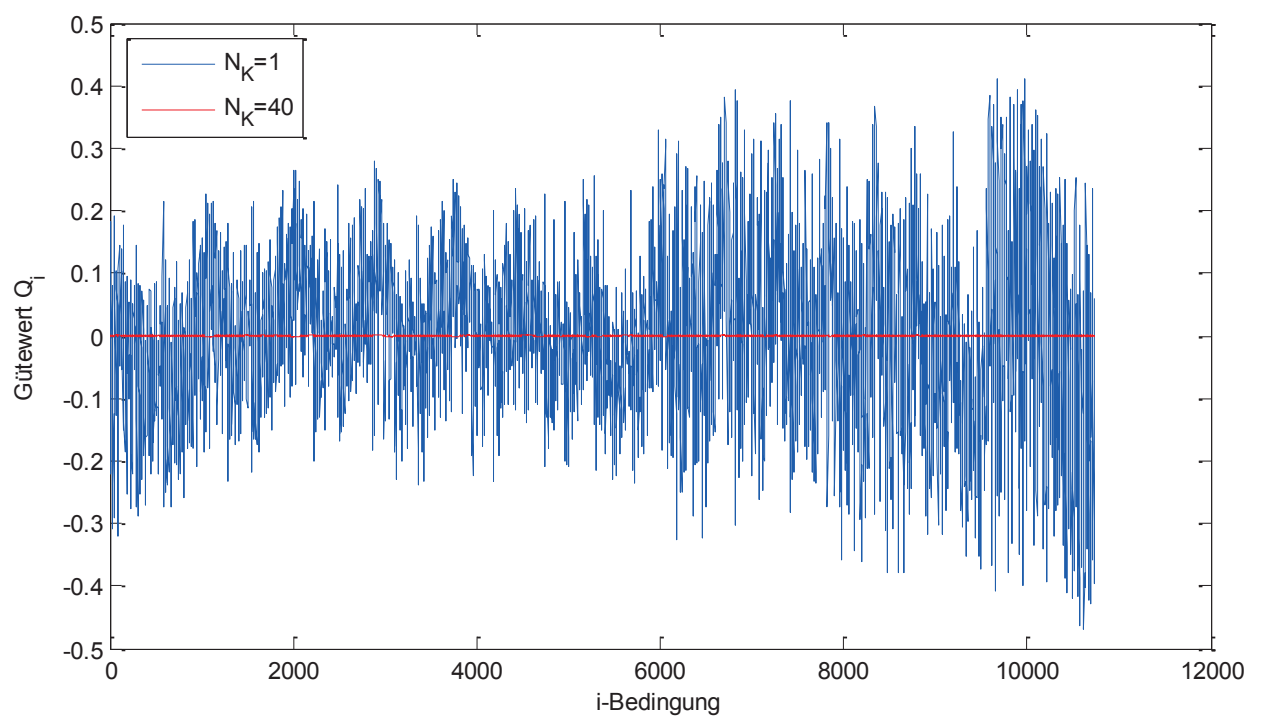


Abbildung 25: Gütewerte Q_i für der i-Bedingung

5.3.2. Auswahl des Messbereiches

Die Auswahl des Messbereiches hat einen wichtigen Einfluß auf die Qualität der eingegangenen Werte der Parameter des Systems. Der Messbereich entspricht dem Spannungsbereich der Motoren der Spiegel. Die Spannung ändert sich von -10V bis 10V, und dies soll die Änderung des Drehwinkels des Spiegels von -15° bis 15° entsprechen. Je größer der Messbereich ist, desto mehr der Spannungswerte werden umfasst, die für die Kalibrierung der Faktoren für die Übertragung der Spannung in den Drehwinkel den Scannerspiegel benutzen werden. Je genauer diese Faktoren sind, desto genauer sind die Ergebnisse der Messungen des Trackermoduls.

Die Abbildung 26 und Abbildung 27 stellen die Beispiele des Diagramms der Winkelfunktionen dar. Die Abbildung 26 entspricht dem Messbereich, der den größeren Spannungsbereich umfasst.

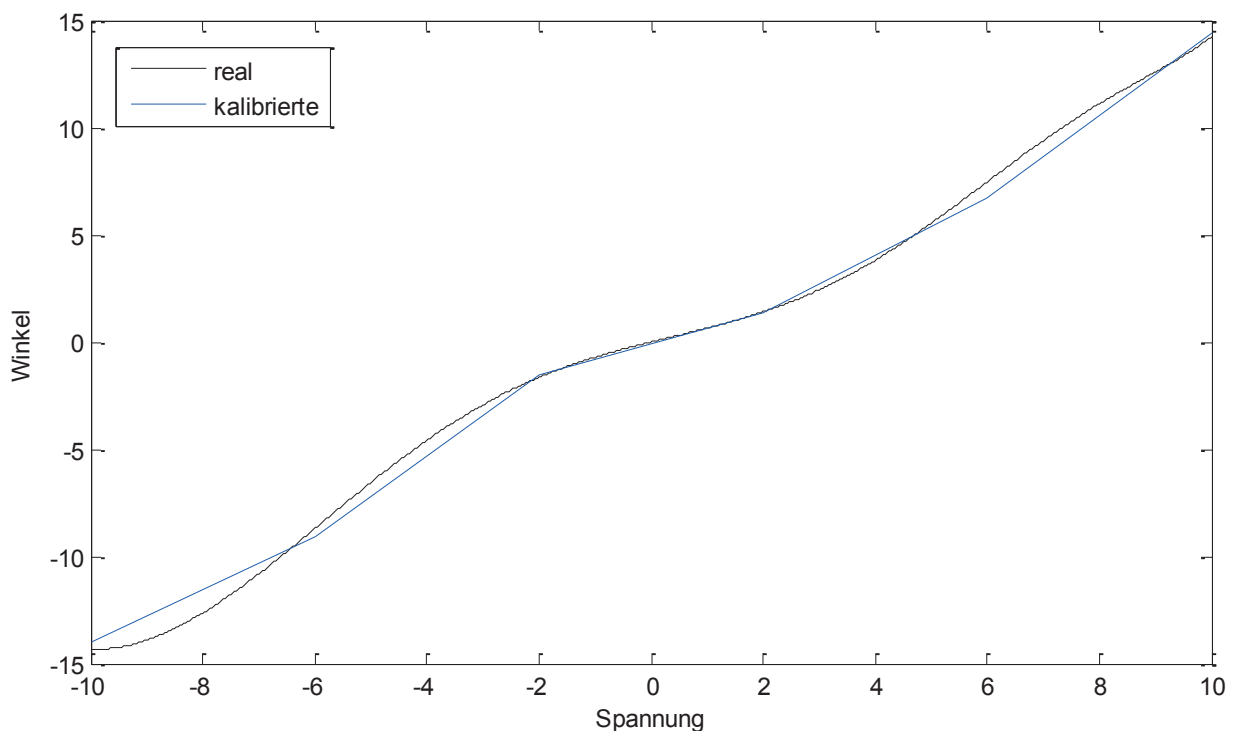


Abbildung 26: Beispiel kalibrierter Winkelfunktion für den Spannungsbereich von -10V bis 10V

Die Abbildung 27 entspricht dem kleineren Spannungsbereich. Man kann sehen, dass für die Spannungsbereiche, die bei dem Messbereich nicht umfasst werden, die Abweichung größer ist.

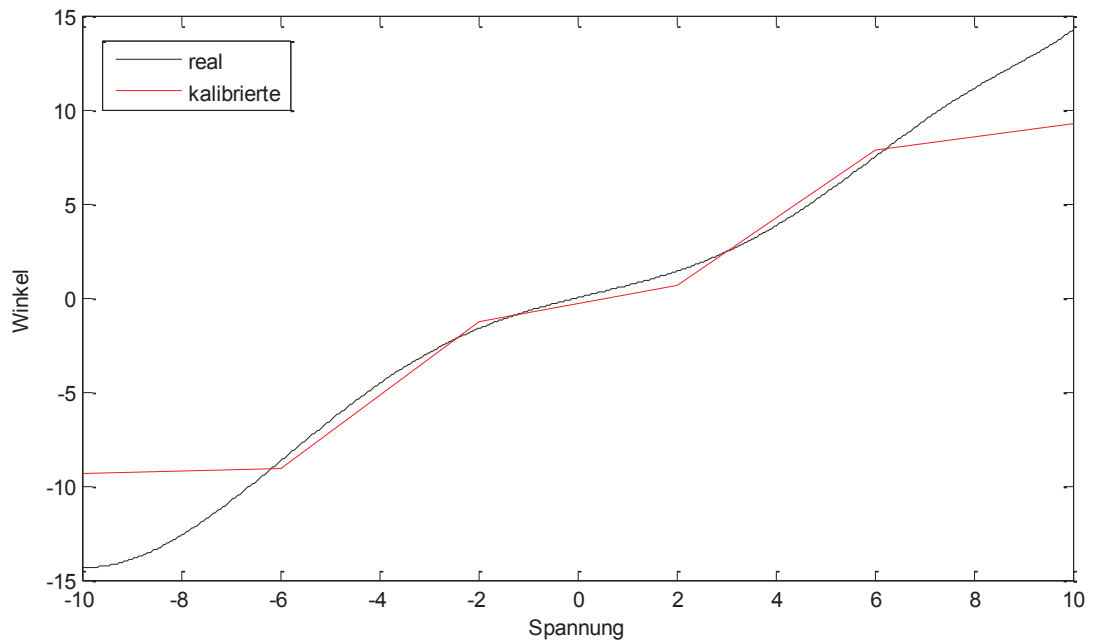


Abbildung 27: Beispiel kalibrierter Winkelfunktion für den Spannungsbereich von -6V bis 6V

Für die Bestätigung wurde zuerst der Messbereich aus $4 \times 4 \times 3$ Punkten und mit die Abmessungen $45\text{mm} \times 49\text{mm} \times 100\text{mm}$ modelliert (Abbildung 28). Dieser Messbereich entspricht dem Spannungsbereich von -0.0607V bis 9.959V für den ersten Spiegel und von 0.0298V bis 9.987V für den zweiten Spiegel.

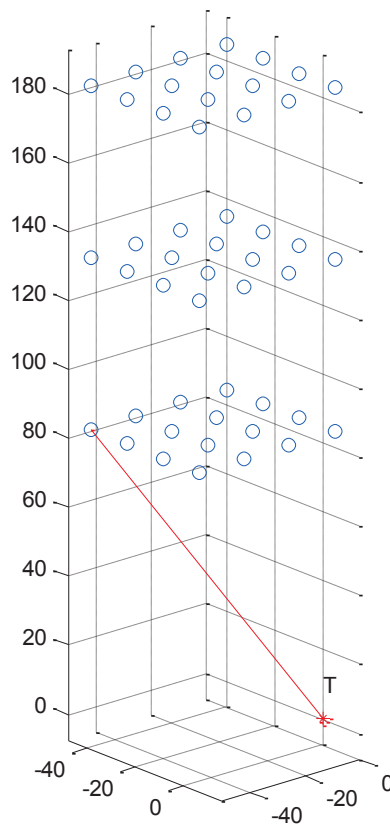


Abbildung 28: Messbereich aus $4 \times 4 \times 3$ Punkten

Die eingegangenen Messdaten wurde für die Optimierung der generierten Startwerte mit dem zufälligen Fehler benutzt, der die Normalverteilung $N(0, 5)$ hat. Die Anzahl N_K pro Spiegel der Koeffizienten K der Übertragung der Spannung in den Drehwinkel ist 1. Die Tabelle 6 zeigt die Ergebnisse der Optimierung.

Tabelle 6: Ergebnisse der Einzelkalibrierung für den Messbereich aus $4 \times 4 \times 3$ Punkten

	Startparameter $N(0, 5)$	Kalibrierte Parameter
Die maximale Abweichung (mm)	6.6781	4.7245
Norm der Abweichung (mm)	2.3741	0.8348
Gütwert	6.4879e+03	2.5956

Die eingegangenen Parameter wurde für die Berechnung der Koordinaten der Punkte, die sich innerhalb eines Quadvolumens aus $5 \times 5 \times 3$ Punkten und mit den Abmessungen 61mm*65mm*100mm befinden (Abbildung 29), verwendet. Dieser Messbereich entspricht dem Spannungsbereich von -3.8241V bis 9.9587V für den ersten Spiegel und von -3.4783V bis 9.987V für den zweiten Spiegel.

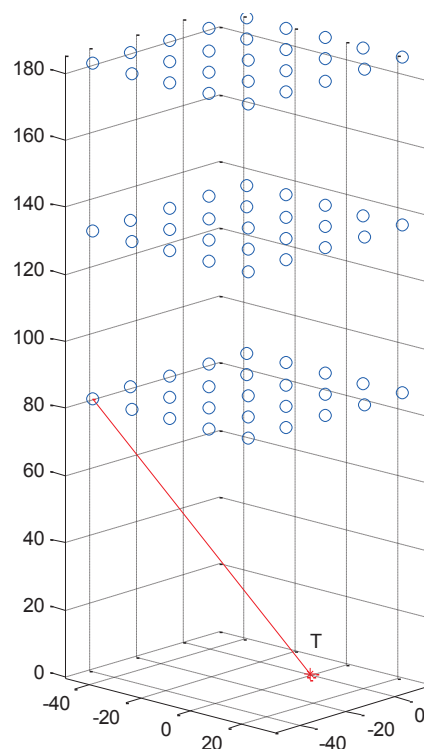


Abbildung 29: Messbereich für die Prüfung der kalibrierten Parameter

Durch die Formel (4.5) ist die Anzahl der Bedingungen der Gütefunktion $N=2775$. Für jede Bedingung wurde der Gütewert Q_i wie folgt berechnet:

$$Q_i = d_i^* - d_i, \quad i=1..N \quad (5.3)$$

Auf der Abbildung 30 kann man die Gütewerte für jede Bedingung sehen:

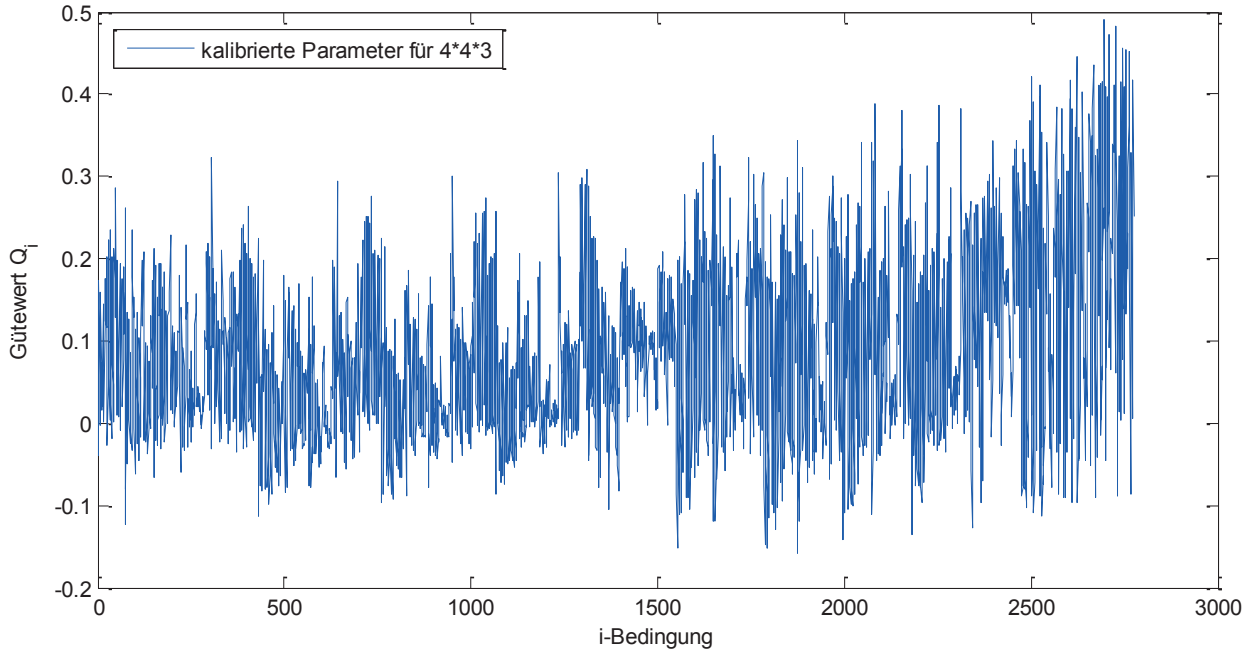


Abbildung 30: Gütewerte Q_i für die i-Bedingung des Prüfbereiches ($N_k=1$)

Resultierender Gütewert $Q = \sum_{i=1}^N Q_i^2 = 47.3617$.

Dann wurde der Messbereich modelliert, der aus $7*7*3$ Punkten und mit den Abmessungen $91\text{mm}*98\text{mm}*100\text{mm}$ besteht (Abbildung 31). Dieser Messbereich entspricht dem Spannungsbereich von -9.9008V bis 9.959V für ersten Spiegel und von -9.9166V bis 9.987V für zweiten Spiegel.

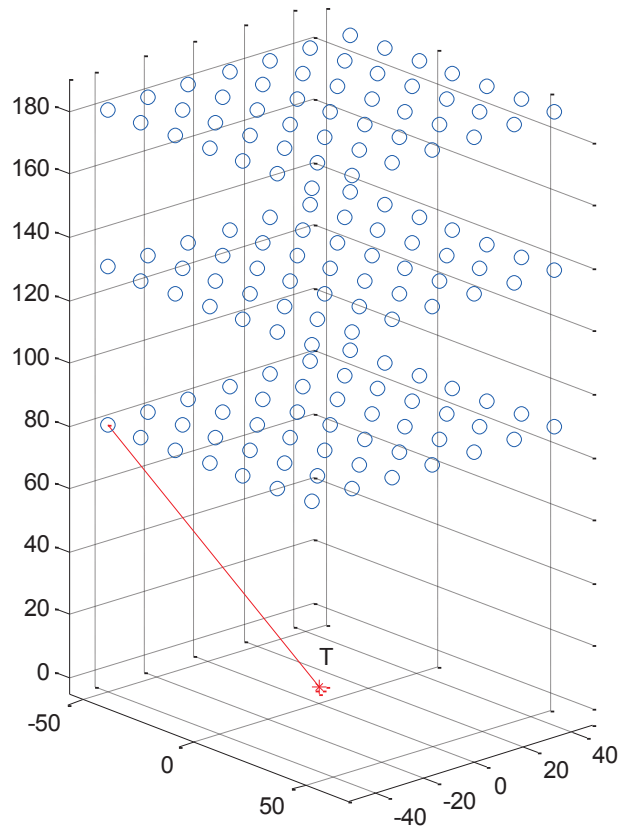


Abbildung 31: Messbereich aus 7*7*3 Punkten

Die eingegangene Messdaten wurde für die Optimierung der früher generierten Startwerte benutzt. Die Tabelle 7 zeigt die Ergebnisse der Optimierung.

Tabelle 7: Ergebnisse der Einzelkalibrierung für den Messbereich aus 7*7*3 Punkten

	Startparameter $N(0, 3)$	Kalibrierte Parameter
Die maximale Abweichung (mm)	6.6781	1.56
Norm der Abweichung (mm)	2.3741	0.2814
Gütwert	9.5218e+04	90.7485

Die eingegangenen Parameter wurden für die Berechnung der Koordinaten der Punkte, die innerhalb des früher erhaltenen Quadvolumens aus 5*5*3 Punkten liegen, verwendet. Auf der Abbildung 32 kann man die Gütwerte Q_i für die beiden Vektoren der kalibrierten Parameter sehen:

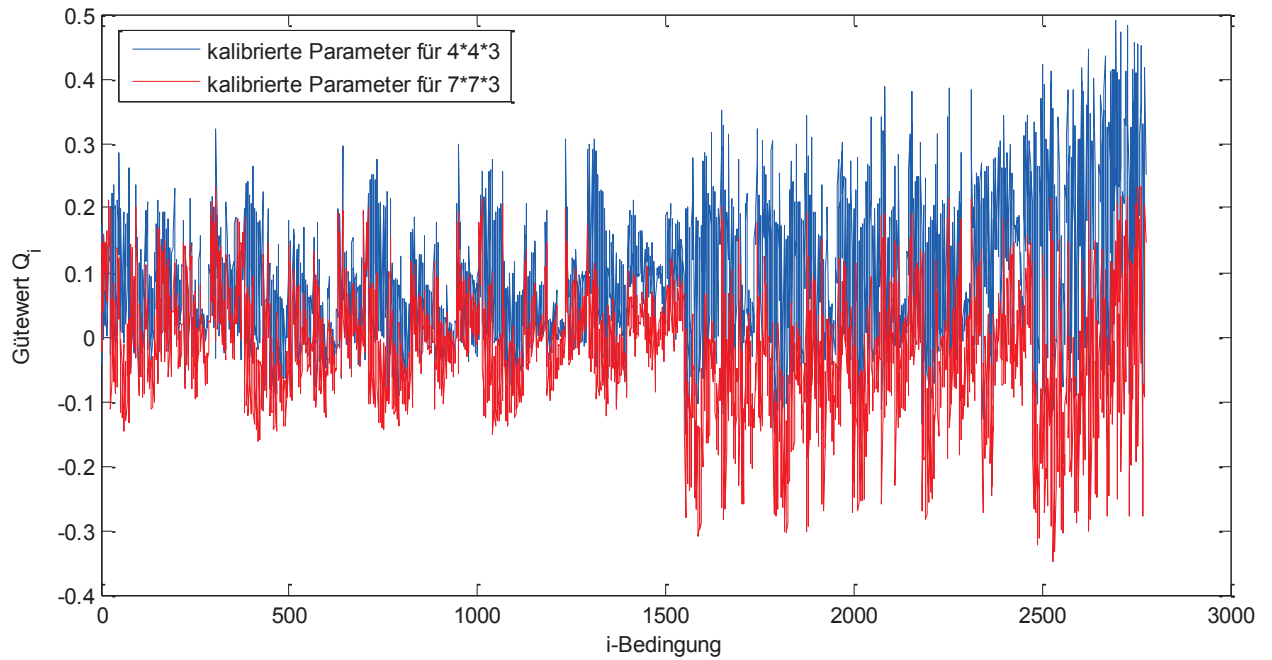


Abbildung 32: Gütwerte Q_i für die i -Punkte des Prüfbereiches ($N_K=1$)

Resultierender Gütwert $Q = \sum_{i=1}^N Q_i^2 = 25.9883$.

Hieraus folgt, dass die Benutzung mehrer Messbereiche die besseren Resultate bei der Berechnung der Koordinaten des Ziels gibt.

5.3.3. Untersuchung der Längekorrektur des Interferometers

Für die Untersuchung der Korrektur der Messlänge des Interferometers bei der Drehung der Spiegel wurde der Messbereich aus $7 \times 7 \times 3$ Punkten mit den Abmessungen $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 100\text{mm}$ modelliert. Für diesen Messbereich wurde die Einzelkalibrierung mit den verschiedenen Anzahlen N_K der Koeffizienten K der Übertragung der Spannung in den Drehwinkel des Scannerspiegels durchgeführt. Die Tabelle 8 zeigt die Gütwerte und die Abweichungen der Messlänge des Interferometers für die Startparameter mit der maximalen Abweichung 11.0749.

Tabelle 8: Ergebnisse der Einzelkalibrierung für Startparameter mit der maximalen Abweichung 11.0749

N_K pro Spiegel	Gütwert	Mittelwert der Abweichung (mm)
1	85.2651	0.7586
2	36.1064	0.2310
4	24.1247	0.2656
10	0.2663	0.2735
20	0.0065	1.0433
40	3.3527e-04	-0.1014

Die Abbildung 33 zeigt die graphische Darstellung der Mittelwerte der Abweichungen der Messlänge des Interferometers:

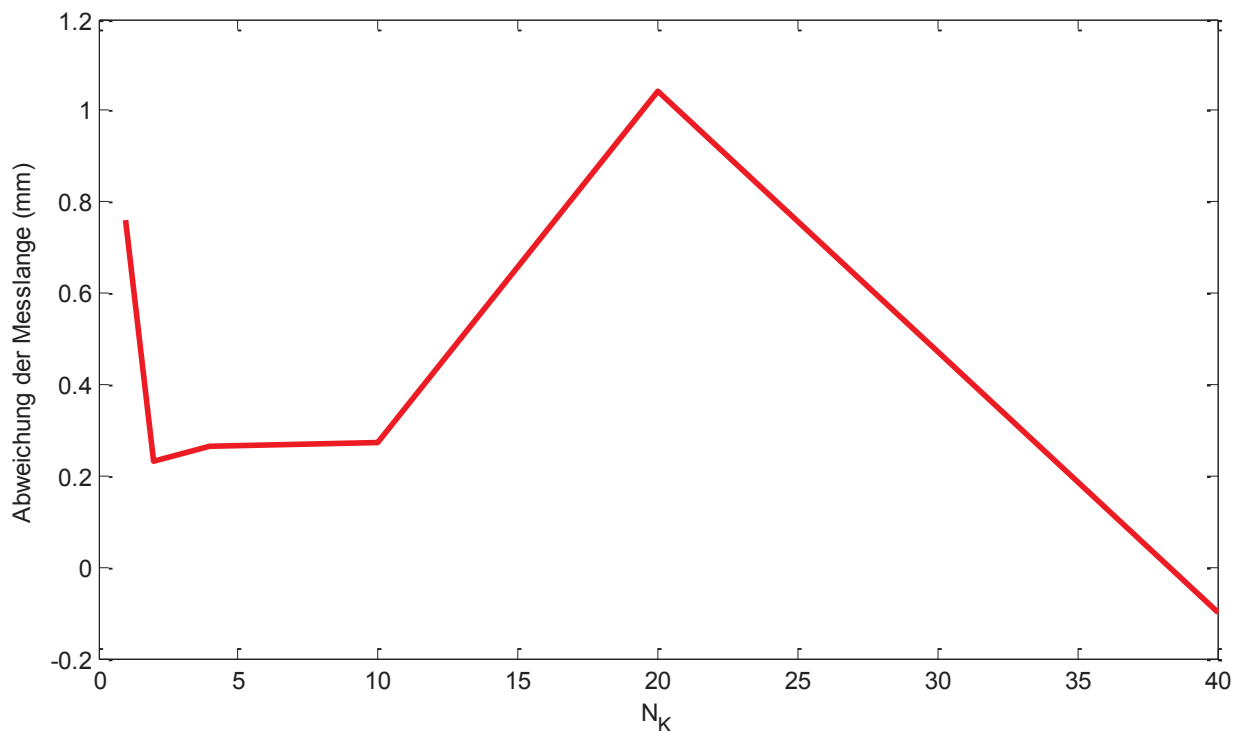


Abbildung 33: Abweichungen der Messlänge des Interferometers

Dann wurden die Startparameter mit der maximalen Abweichung 7.1928 generiert. Die Tabelle 9 zeigt die Gütwerte und die Abweichungen der Messlänge des Interferometers für diese Startparameter (Abbildung 34):

Tabelle 9: Ergebnisse der Einzelkalibrierung für Startparameter mit der maximalen Abweichung
7.1928

N_K pro Spiegel	Gütwert	Mittelwert der Abweichung (mm)
1	85.2651	-0.0868
2	36.1064	0.025
4	24.1247	-0.0018
10	0.2663	-0.0048
20	0.0065	5.7502e-04
40	3.3527e-04	5.074e-04

In Tabelle 9 kann man sehen, dass die Abweichung bei $N_K=20$ weniger als $1\mu\text{m}$ ist. Das heißt, dass diese Anzahl der Spannungsfaktoren genug für die Kalibrierung ist.

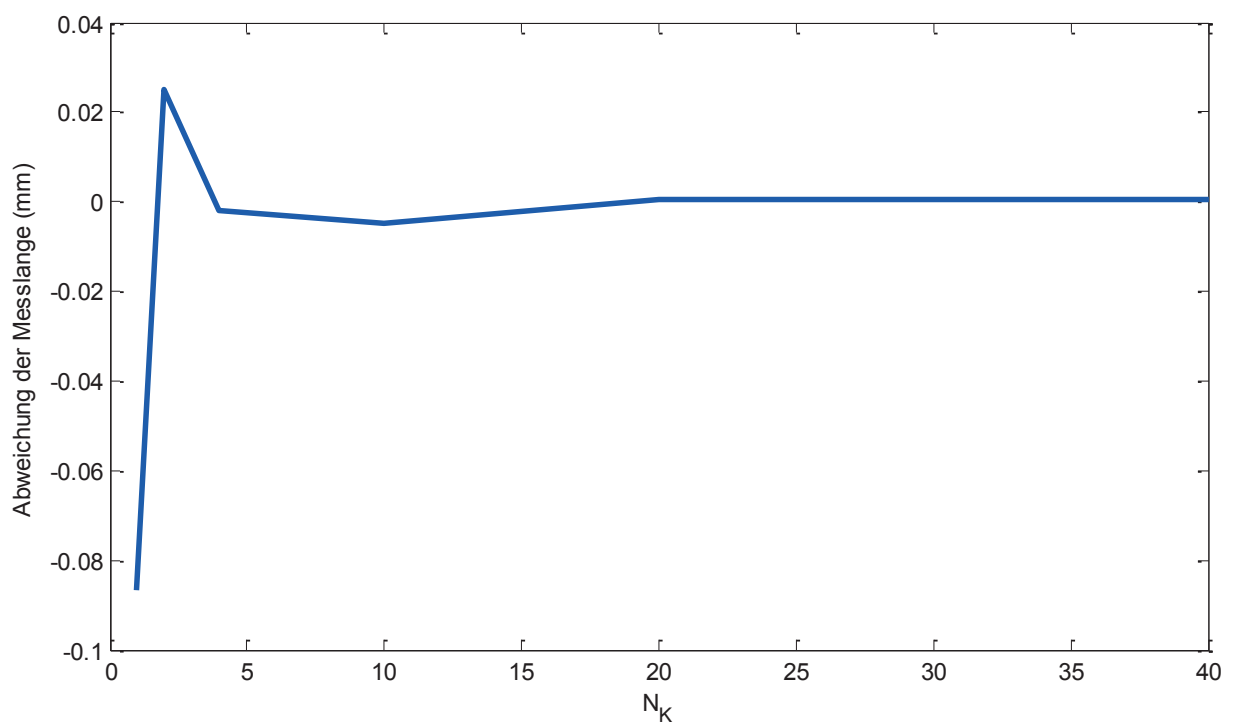


Abbildung 34: Abweichungen der Messlänge des Interferometers

Man kann sehen, dass die Abweichungen der Messlänge stabiler werden, wenn die Startparameter näher an den Sollwerten sind. Bei der Vergrößerung von N_K werden die Gütwerte und die Abweichungen kleiner.

5.4. Multitrackerkalibrierung

5.4.1. Validierung des Kalibrierungsalgorithmus

Für die Kalibrierung der vier Tracker wurde der Messbereich generiert, der aus drei Quadern aus $3 \times 3 \times 3$ Punkten und mit der Abmessungen $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 100\text{mm}$ besteht. Dann ist die Anzahl der Bedingungen der Gütefunktion $N=81$.

Die Startwerte der Parameter des Moduls und des Längenoffsets werden mit der zufälligen Abweichung generiert, die die Normalverteilung $N(0, 5)$ hat. Die Tabelle 10 zeigt die Ergebnisse der Optimierung.

Tabelle 10: Ergebnisse der Multikalibrierung

	Messlänge $N(0, 0.001)$	Startparameter $N(0, 5)$	Kalibrierte Parameter
Die maximale Abweichung (mm)	0.0024	6.8747	0.2699
Norm der Abweichung (mm)	0.0136	11.7765	0.4325
Gütewert	-	1.3591e+03	0.0029

Die Abbildung 35 stellt die Gütewerte Q_i für die i -Bedingung dar. Mittelwert der Gütewert ist gleich 0.0029 mm.

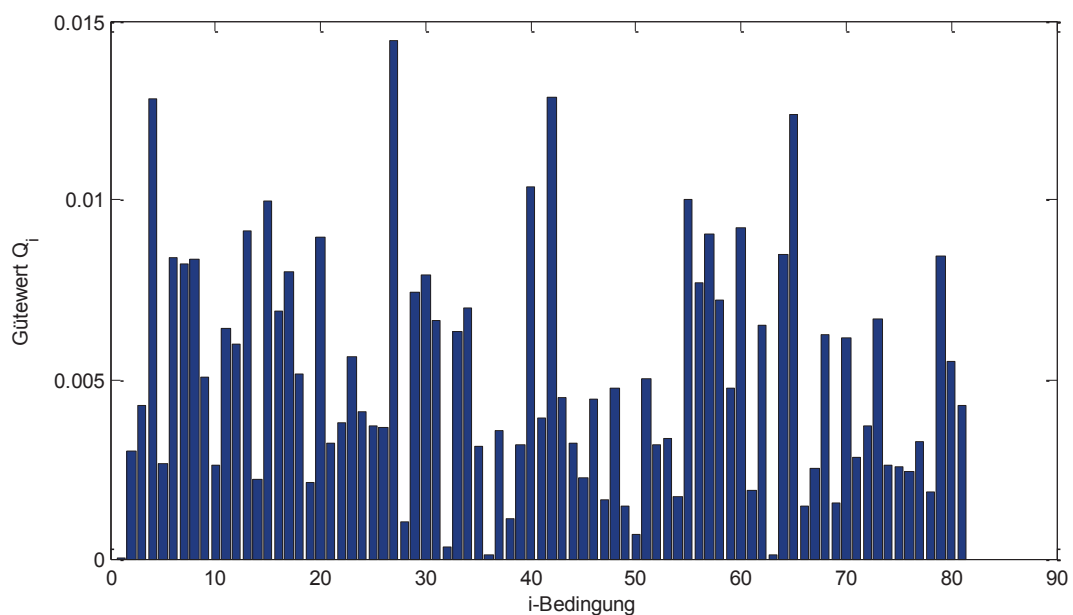


Abbildung 35: Gütewerte Q_i für die i -Bedingung

Die Startwerte und die Grenzen für die Kalibrierung befinden sich in Tabelle 163. im Anhang. Die genauen und die kalibrierten Parameter befinden sich in Tabelle 174.

5.4.2. Auswahl des Messbereiches

Sowohl bei der Einzelkalibrierung als auch bei der Multikalibrierung hat die Auswahl des Messbereiches einen wichtigen Einfluss auf die Qualität der kalibrierten Parameter. Je größer der Messbereich ist, desto höher ist die Redundanz der Messdaten, die bei der Optimierung der Gütefunktion benutzt werden.

Wie bei der Einzelkalibrierung zuerst die Multikalibrierung für den kleinen Messbereich aus 3*3*3 Punkten und mit den Abmessungen 100mm*100mm*100mm (Abbildung 36).

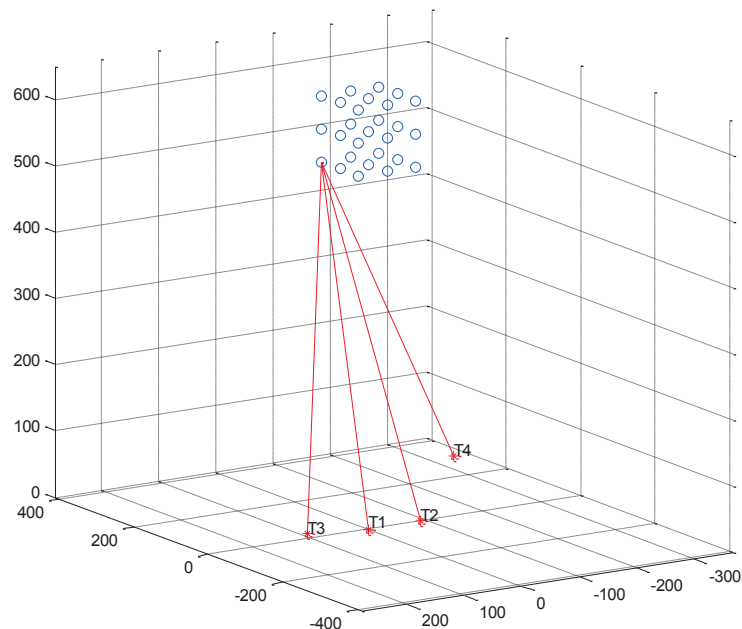


Abbildung 36: Messbereich aus 3*3*3 Punkten

Die Tabelle 11 zeigt die Ergebnisse der Optimierung

Tabelle 11: Ergebnisse der Multikalibrierung für den Messbereich aus 3*3*3 Punkten

	Messlänge $N(0, 0.001)$	Startparameter $N(0, 3)$	Kalibrierte Parameter
Die maximale Abweichung (mm)	0.0022	4.4546	4.795
Norm der Abweichung (mm)	0.0077	5.4891	6.8786
Gütwert	-	190.1026	7.6895e-04

Die eingegangenen Parameter wurden für die Berechnung der Koordinaten der Punkte verwendet, die sich innerhalb eines Quadvolumens aus 3*5*5 Punkten mit den Abmessungen 100mm*200mm*200mm befinden (Abbildung 37).

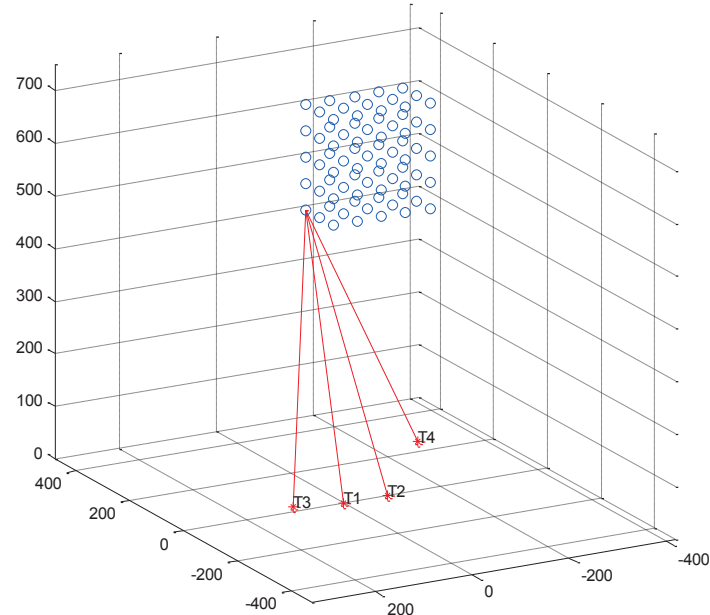


Abbildung 37: Messbereich für die Prüfung der kalibrierten Parameter

Für jeden Messpunkt wurde der Gütewert Q_i wie folgt berechnet:

$$Q_i = \left(\sum_{j=1}^4 (d_{i,j} - l_{i,j})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,2,3,..75 \quad (5.4)$$

Auf der Abbildung 30 kann man die Gütewerte für die Punkte dieses Bereiches sehen:

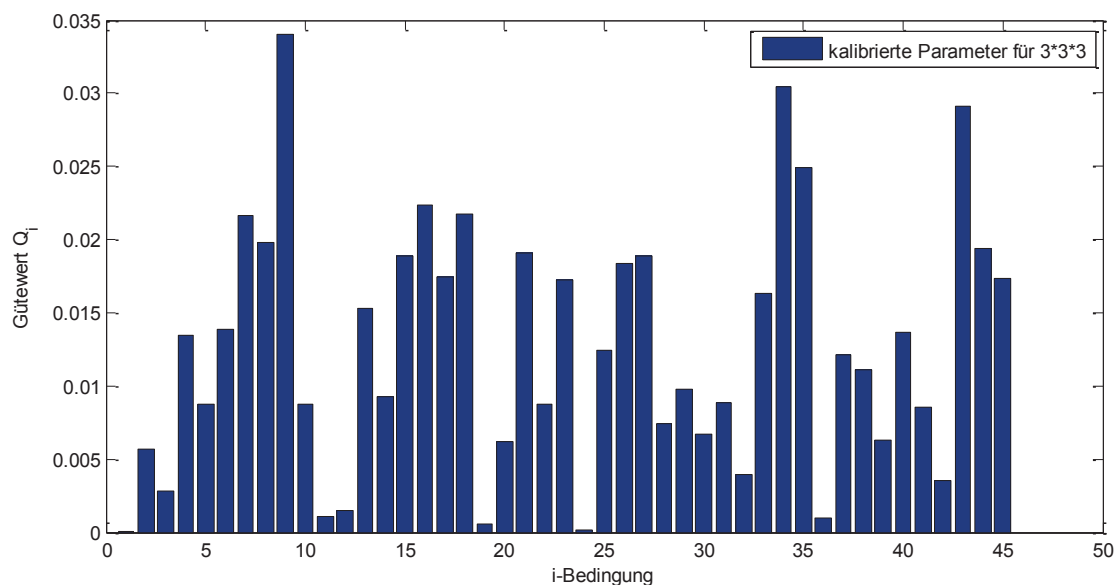


Abbildung 38: Gütewerte Q_i für den i-Punkte des Prüfbereiches

Resultierender Gütewert $Q = \sum_{i=1}^{75} Q_i^2 = 0.0104$.

Dann wurde der Messbereich modelliert, der aus drei Quadervolumen aus 3*3*3 Punkten und den Abmessungen 100mm*100mm*100mm besteht (Abbildung 39).

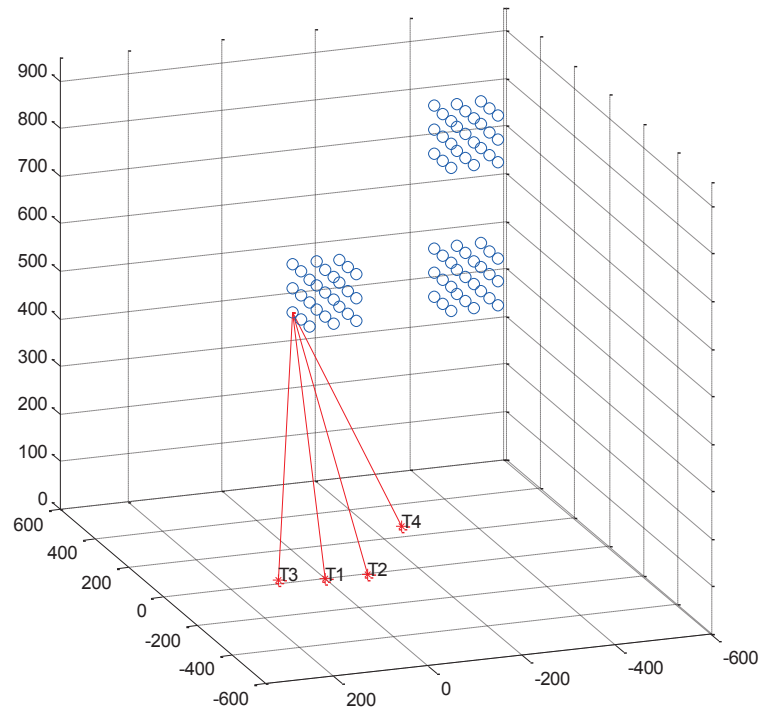


Abbildung 39: Messbereich für die Kalibrierung

Die eingegangenen Messdaten wurden für die Optimierung der früher generierten Startwerte benutzt. Die Tabelle 12 zeigt die Ergebnisse der Optimierung

Tabelle 12: Ergebnisse der Multikalibrierung für den Messbereich aus 3*(3*3*3) Punkten

	Messlänge $N(0, 0.001)$	Startparameter $N(0, 3)$	Kalibrierte Parameter
Die maximale Abweichung (mm)	0.0027	4.4546	1.7371
Norm der Abweichung (mm)	0.0142	5.4891	2.8813
Gütewert	-	4.2093e+03	0.0036

Die eingegangenen Parameter wurden für die Berechnung der Koordinaten der Punkte verwendet, die sich innerhalb des früher erhaltenen Quadervolumens aus 3*5*5 Punkten befinden.

den. Auf der Abbildung 40 kann man die Gütwerte Q_i für die Punkte dieses Bereiches für die beiden Vektoren der kalibrierten Parameter sehen:

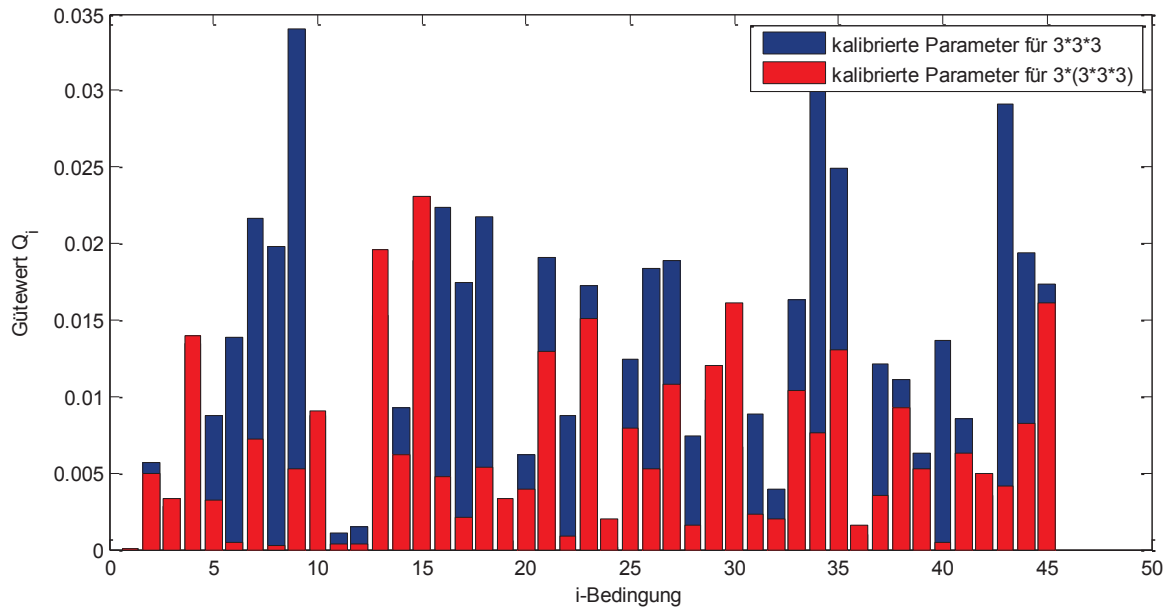


Abbildung 40: Gütwerte Q_i für den i-Punkte des Prüfbereiches

Resultierender Gütwert $Q = \sum_{i=1}^{75} Q_i^2 = 0.0033$.

Hieraus folgt, dass die Benutzung mehrerer Messbereiche die besseren Resultate bei der Berechnung der Koordinaten des Ziels gibt.

6. Validierung der Algorithmen mit experimentellen Daten

Aufgrund der theoretischen Untersuchung und der Modellierung der Kalibrierung der Module wurden die Experimente mit den realen Messdaten durchgeführt.

6.1. Einzeltrackerkalibrierung

Für die Datenaufnahme muss man zuerst den Messbereich bestimmen. Für die Bestimmung des Messbereiches wird der Stage mit dem befestigten TCP (Abbildung 41) benutzt.



Abbildung 41: TCP

Mit Hilfe vom Stage kann sich TCP entlang an der Achsen X, Y und Z bewegen (Abbildung 42). Der Bewegungsbereich für jede Achse beschränkt sich auf 100 mm.

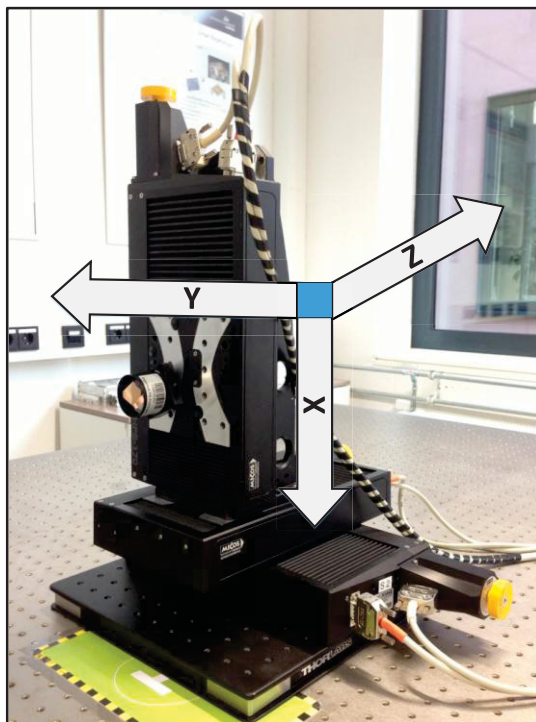


Abbildung 42: Koordinatensystem des Stages

Man muss den Bewegungsbereich des TCP für die Achsen X und Y so bestimmen, dass der maximale Spannungsbereich der Galvomotoren der Scannerspiegel umfasst wird.

Für die Einzelkalibrierung wurde der Messbereich aus 5*5*5 Punkten mit den Abmessungen 51mm*44.5mm*20mm benutzt. Dann ist durch die Formel (4.5) die Anzahl der Bedingungen der Gütefunktion $N=7750$.

Nach der Bestimmung des Messbereiches, muss man den TCP in der Anfangsposition unterbringen und den Reset des Messwertes des Lasertrackers ausführen. Dann beginnt der TCP die Punkte des Messbereiches abzufahren. In diesen Punkten werden die Spannungswerte der Galvomotoren der Scannerspiegel und die Werte der Messlängen aufgenommen.

Eingegangene Werte werden in dem Computer gespeichert und dann für die Berechnung der Gütefunktion bei der Optimierung der Parameter des Moduls benutzt.

Die Kalibrierung wurde für die verschiedenen Anzahlen N_K der Koeffizienten K der Übertragung der Spannung in den Drehwinkel des Scannerspiegels durchgeführt. Die Tabelle 13 zeigt die resultierten Gütewerte:

Tabelle 13: Gütewerte der Einzelkalibrierung

N_K pro Spiegel	$\max_{i=1..N} Q_i $	$\text{mean}(Q_i)_{i=1..N}$	$\sum_{i=1}^N Q_i^2$
1	0.1117	-2.2411e-04	5.3622
2	0.0844	-3.4684e-04	3.1230
4	0.0748	-1.5807e-04	2.8308
10	0.0688	-1.3690e-04	2.4836
20	0.064	-1.9497e-04	2.0233
40	0.0628	-1.9307e-04	1.8354

Die Abbildung 43 stellt die Gütewerte Q_i dar, die der Anzahl $N_K=1$ und $N_K=40$ entsprechen.

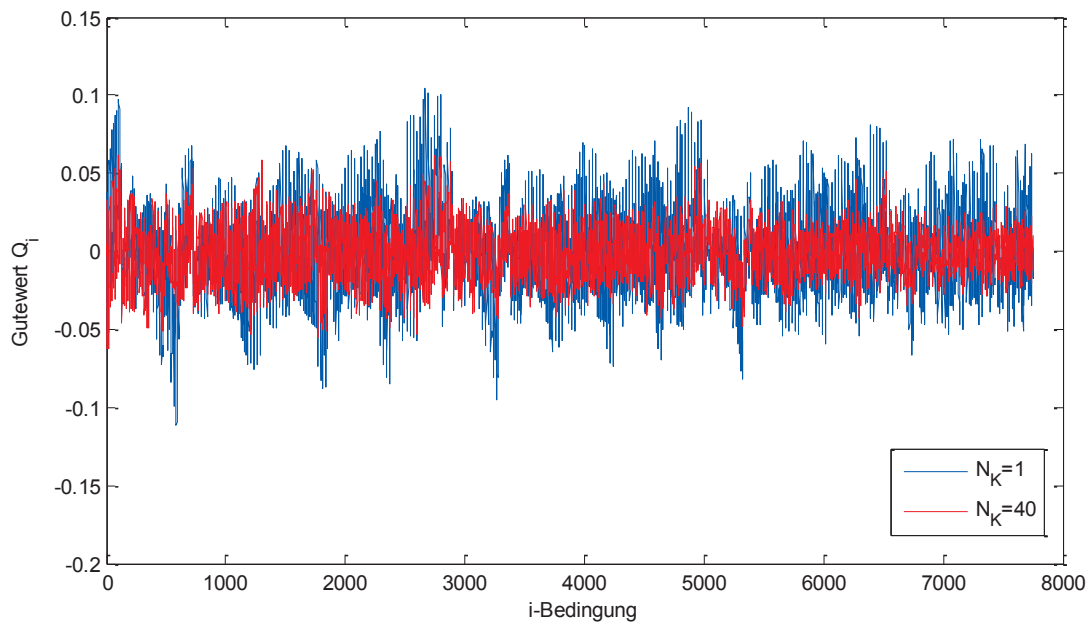


Abbildung 43: Gütewerte Q_i für die i-Bedingung

Die Startwerte und die Grenzen für die Kalibrierung befinden sich in Tabelle 18 im Anhang. Die kalibrierten Parameter befinden sich in Tabelle 19.

6.2. Multitrackerkalibrierung

Bei der Multikalibrierung muss man zuerst die Positionen der Lasertracker laut Abschnitt 4.3 bestimmen (Abbildung 44).

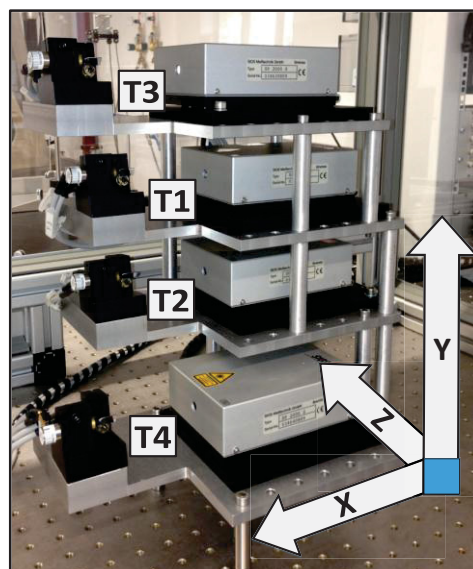


Abbildung 44: Positionen der Lasertracker

Dann muss man wie bei der Einzelkalibrierung den Messbereich bestimmen. Im Abschnitt 5.3.2 wurde betrachtet, dass man für eine hohe Genauigkeit einen großen Messbereich benut-

zen muss. Aber wegen der Begrenztheit des Bewegungsbereiches des Stages besteht der Messbereich aus einigen kleineren Messquadrern. In unseren Fall wurde der Messbereich für die Kalibrierung der vier Tracker benutzt, der aus drei Quadrern aus 3*3*3 Punkten besteht. Dann ist die Anzahl der Bedingungen der Gütefunktion N=81.

Sowohl bei der Einzelkalibrierung als auch bei der Multikalibrierung wurde der Reset der Messwerte allen Lasertracker in der Anfangsposition ausgeführt.

In jedem Messpunkt wurde die Aufnahme der Werte der Messlängen für jeden Lasertracker ausgeführt. Nach der Aufnahme der Messdaten des ersten Quadrers wurde das Stage auf einem anderen Platz aufgestellt und die Datenaufnahme wurde fortgesetzt.

Die eingegangenen Werte wurden für die Berechnung der Gütefunktion bei der Optimierung der Parameter benutzt. Im Ergebnis bekam man folgende Gütewerte:

$$\begin{aligned}\max_{i=1..N} Q_i &= 0.0026 \\ \text{mean}_{i=1..N} Q_i &= 5.9601 \times 10^{-4} \\ \sum_{i=1}^N Q_i^2 &= 4.961 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

Die Abbildung 45 stellt die Gütewerte Q_i dar.

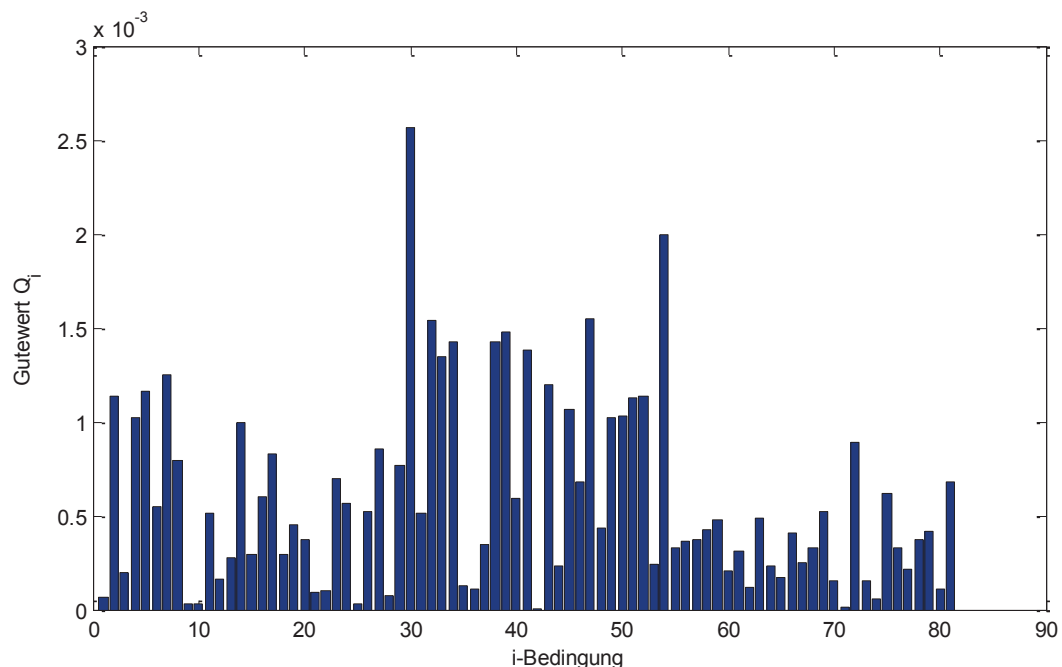


Abbildung 45: Gütewerte Q_i für die i-Bedingung

Die Startwerte, die Grenzen für die Kalibrierung und die kalibrierten Parameter befinden sich in Tabelle 20 im Anhang.

7. Kommunikation

Die Kommunikation des Multi Lasertracker Systems ist notwendig, damit ein Austausch der TCP Koordinaten zwischen den Trackermodulen stattfinden kann. Somit wird eine Beschleunigung der Lokalisation des Retroreflektors ermöglicht.

Die Aufgabe besteht darin, die Drehwinkel der Scannerspiegel der Trackermodule für die Zielansteuerung zu bestimmen. Die Abbildung 46 zeigt die drei Trackermodule in einem Koordinatensystem. Mit Hilfe der TCP Information von T1 und T2 wird ein Algorithmus hergeleitet, der die Drehwinkel für das dritte Trackermodul T3 ermittelt. Die Schwierigkeit bei diesem Verfahren ist, dass die Winkel aus der TCP Position nicht durch eine inverse Berechnung ermitteln werden können. Hierzu wird eine neue Methode hergeleitet, die auf Interpolation sowie den vorgegebenen Parametern beruht.

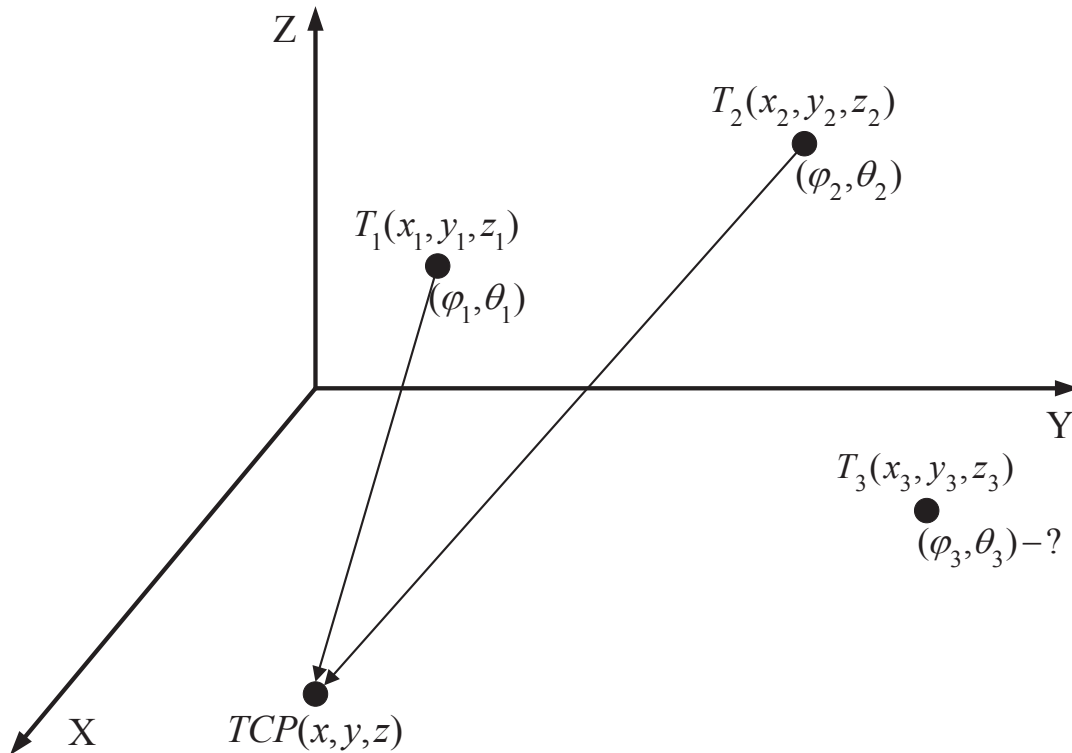


Abbildung 46: Kommunikationsproblem

Die Winkelwerte φ und θ sind Funktionen von der Verschiebung des TCP relativ zu einem Trackermodul für die kartesischen Koordinaten:

$$\varphi = f(dx, dy, dz) \quad (7.1)$$

$$\theta = g(dx, dy, dz) \quad (7.2)$$

mit

$$dx = x_{TCP} - x_{Lasertracker} \quad (7.3)$$

$$dy = y_{TCP} - y_{Lasertracker} \quad (7.4)$$

$$dz = z_{TCP} - z_{Lasertracker} \quad (7.5)$$

Das Ziel der Kommunikation ist die Definition der Funktionen f und g . Zu gegebenen diskreten Daten kann man eine stetige Interpolationsfunktion finden, die diese Daten abbildet. Man sagt dann, die Funktion interpoliert die Daten (Abbildung 47) [16].

Die Funktion f wird zunächst untersucht. Man kann experimentell exakte Werte der Funktion f für eine endliche Anzahl der Positionen des TCP ermitteln:

Tabelle 14: Exakte Werte der Funktion f

dx_1	dy_1	dz_1	$\varphi_1 = f(dx_1, dy_1, dz_1)$
dx_2	dy_1	dz_1	$\varphi_2 = f(dx_2, dy_1, dz_1)$
...
dx_m	dy_1	dz_1	$\varphi_m = f(dx_m, dy_1, dz_1)$
dx_1	dy_2	dz_1	$\varphi_{m+1} = f(dx_1, dy_2, dz_1)$
dx_2	dy_2	dz_1	$\varphi_{m+2} = f(dx_2, dy_2, dz_1)$
...
dx_m	dy_n	dz_1	$\varphi_{m \bullet n} = f(dx_m, dy_n, dz_1)$
dx_1	dy_2	dz_2	$\varphi_{m \bullet n+1} = f(dx_1, dy_1, dz_2)$
dx_2	dy_2	dz_2	$\varphi_{m \bullet n+2} = f(dx_2, dy_1, dz_2)$
...
dx_m	dy_n	dz_k	$\varphi_{m \bullet n \bullet k} = f(dx_m, dy_n, dz_k)$

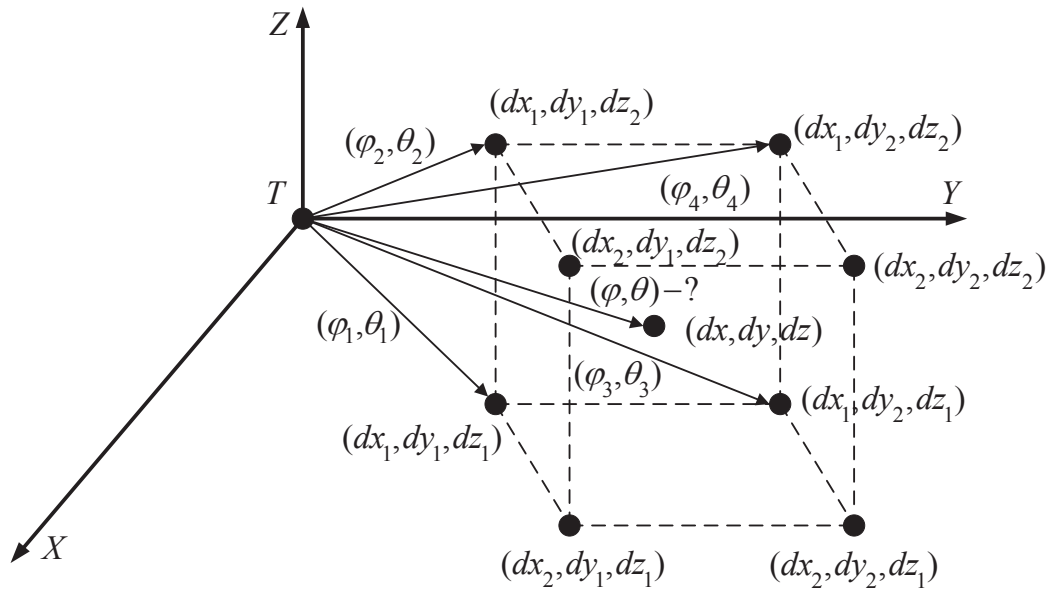


Abbildung 47: Interpolationsproblem

Der Interpolationsalgorithmus benutzt eingegangene Werte von der Funktion f , um die Interpolationsfunktion f^* wie folgt zu bestimmen:

$$\begin{cases} f^*(dx_i, dy_j, dz_q) = f(dx_i, dy_j, dz_q), & i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad q = 1, \dots, k \\ f^*(dx_i, dy_j, dz_q) \approx f(dx_i, dy_j, dz_q), & \text{sonst} \end{cases} \quad (7.6)$$

Ähnlich zu der Funktion f^* kann man die Interpolationsfunktion g^* bestimmen.

Um eine genügend glatte Funktion zu bekommen, benutzt man die kubische Spline-Interpolation (Abbildung 48).

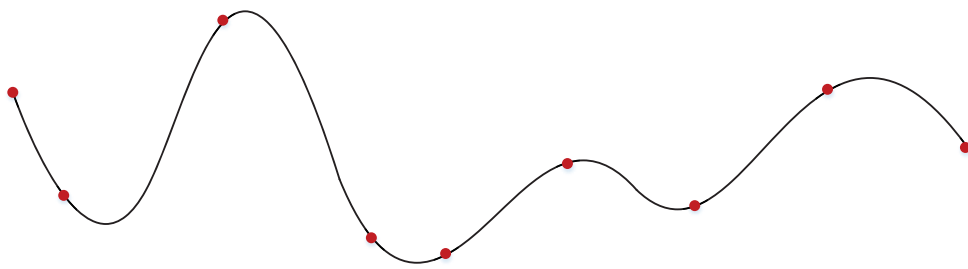


Abbildung 48: Beispiel einer kubischen Spline-Interpolation mit 9 Knoten

8. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Entwicklung eines Multikalibrier-Algorithmus betrachtet. Für die Erreichung des Ziels dieser Arbeit wurde vor allen Dingen der experimentelle Aufbau betrachtet. Die Hauptkomponenten des Systems und die Grundsätze der Arbeit dieser Komponenten wurden analysiert, die diese Arbeit durchführen. Für besseres Verständnis der Arbeit wurden mathematische Modelle der Komponenten erstellt.

Dann wurden in der Arbeit die Methoden für die Berechnung der Koordinaten des TCP untersucht. Die Methoden für die Berechnung der TCP wurden sowohl mit Einzeltracker als auch mit mehreren Trackermodulen durch die Triangulation und die Multilateration durchgeführt.

Danach wurde die Kalibrierung des Multi Lasertracker Systems betrachtet. Zunächst wurde die Kalibrierung des Einzeltrackers angesehen. Dank der genauen Kalibrierung jedes Moduls ist es möglich, die Multikalibrierung durchzuführen. Durch die Multikalibrierung kann man die Positionen der Trackermodule in Bezug auf ein Anderes und auch die Anfangsposition des TCP nach dem Einschalten des Multi Lasertracker Systems bestimmen. Deshalb wird das auch als Selbstkalibrierung bezeichnet.

Die Methode wurde auch für die Kommunikation für das Multi Lasertracker System ausgearbeitet. Die Kommunikation des Multi Lasertracker Systems ist notwendig, damit ein Austausch der TCP Koordinaten zwischen den Trackermodulen stattfinden kann. Somit wird eine Beschleunigung der Lokalisation des Retroreflektors ermöglicht.

Alle Verfahren wurden mit mathematischen Modellen und realen Daten geprüft.

Literaturverzeichnis

- [1] Stephan Spiess, Markus Vincze, Minu Ayromlou. On the Calibration of a 6D Laser tracking System for Contactless, Dynamic Robot Measurements. *IEEE Instrumentation and Measurement*, 1997.
- [2] Optischer Mikrotracker. <http://www.tu-ilmenau.de/systemanalyse/forschung/ausgewaehlte-anwendungsprojekte/optischer-mikrotracker>. Das Laser Tracker System [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [3] Hanqi Zhuang, Shui H. Motaghedi, Zvi S. Roth, Ying Bai. Self-calibration of Laser Tracking Systems.
- [4] Yongbing Lin, Guoxiong Zhan. The Optimal Arrangement of Four Laser Tracking Interferometers in 3D Coordinate Measuring System Based on Multi-lateration. International Symposium on Vimal Environments, Human-Computer Interfaces and Measurement Systems, Switzerland, 2003.
- [5] Kenta Umetsu¹, Ryosyu Furutnani¹, Sonko Osawa, Toshiyuki Takatsuji, Tomizo Kurosawa. Geometric calibration of a coordinate measuring machine using a laser tracking system. *Measurement Science and Technology*, No. 16, 2005.
- [6] Toshiyuki Takatsuji, Mitsuo Goto, Tomizo Kurosawa, Yoshihisa Tanimura, Yo-shihiko Koseki. The first measurement of a three-dimensional coordinate by use of a laser tracking interferometer system based on trilateration. *Measurement Science and Technology*, No. 9, 1998.
- [7] Miniaturinterferometer mit Planspiegelreflektor, http://www.sios.de/DEUTSCH/PRODUKTE/SP_2012.HTM. Datenblätter für Interferometer der Firma SIOS [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [8] Multi-element photodiode for surface mounting, <http://www.hamamatsu.com/jp/en/product/category/3100/4001/4204/4106/S5980/index.html>. Beschreibungen zur 4-Quadranten-Diode [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [9] Mounted XY Galvo Sets, http://www.camtech.com/index.php?option=com_content&view=article&id=90&Itemid=85. Datenblätter für Galvanometer von Cambridge Tecnology [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [10] Horst Stöcker. *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren*, 2007. 903 Seiten.
- [11] J.R. Rene Mayer, Graham A. Parker. A Portable Instrument for 3-D Dynamic Ro-bot Measurements Using Triangulation and Laser Tracking. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 10, No. 4, 1994.
- [12] Christian Wachten. *Entwicklung eines Lasertrackersystems mit Galvanometer-scanner zur 3D-Positionsbestimmung*. Dissertation, Technische Universität Ilmenau, Germany, 2008.
- [13] Paul Brinckmann, Wolfgang Frobin, Gunnar Leivseth. *Orthopädische Biomechanik*, 2000. 270 Seiten.

- [14] Jia Wang, Yongdong Liu, Zhaohui Hu, Jinwen Liang. Modelling and algorithm of attitude measurement of moving target by laser tracking systems. *Optical Engineering, Vol. 42, No. 2*, 2003.
- [15] Tran Trung Nguyen, Christian Tolks, Arvid Amthor, Christoph Ament. Simulation of Various Arrangements for the Multi Laser Tracker System. XX IMEKO World Congress, 2012.
- [16] Toshiyuki Takatsujix, Yoshihiko Kosekiz, Mitsuo Gotoy, Tomizo Kurosaway. Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration. *Measurement Science and Technology, No. 9*, 1998.
- [17] Integral (Wikipedia). <http://en.wikipedia.org/wiki/Integral>. Die geometrische Bedeutung des Integrals [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [18] Hans Rudolf Schwarz, Norbert Kockler, Norbert Kockler. *Numerische Mathematik*, 2009. 589 Seiten.
- [19] Normalverteilung (Wikipedia). <https://de.wikipedia.org/wiki/Normalverteilung>. Diagramm der Dichtefunktionen der Normalverteilung [Online; zuletzt abgerufen am 30.07.13].
- [20] Adriaan van den Bos. *Parameter Estimation for Scientists and Engineers*, 2007. 296 Seiten.

Anhang

A.1. Simulated Kalibrierung

A.1.1. Einzeltrackerkalibrierung

Tabelle 14: Startwerte und Grenzen für simulated Einzeltrackerkalibrierung

Parameter	Startwerte	Untere Grenze	Obere Grenze
α_L (rad)	1.6593	1,4847	1,8338
β_L (rad)	1.6221	1,4476	1,7966
L_y (mm)	1.5784	-8,4216	11,5784
L_z (mm)	7.1324	-2,8676	17,1324
u_l (mm)	4.0678	0	5,9322
d (mm)	-9.0531	-19,0531	0,9469
α_{uy} (rad)	0.0258	-0,1487	0,2004
β_{ny} (rad)	0.7542	0,5797	0,9288
u_2 (mm)	2.1250	0	7,875
β_{nx} (rad)	2.4191	2,2445	2,5936
λ_0 (mm)	104.9618	94,9618	114,9618
K	1.5	1,455	1,545

Tabelle 15: Tatsächliche und kalibrierte Parameter für simulated Einzeltrackerkalibrierung

Parameter	Sollwerte	$N_K=1$	$N_K=2$	$N_K=4$	$N_K=10$	$N_K=20$	$N_K=40$
α_L (rad)	1.5708	1.5717	1.5739	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708
β_L (rad)	1.5708	1.5246	1.5706	1.5971	1.5684	1.5713	1.5707
L_y (mm)	0	-0.5644	-2.7234	0.6511	-0.0873	0.0173	-0.0131
L_z (mm)	0	0.6976	-0.9077	-0.1724	9.83e-04	0.0075	-0.0049
u_l (mm)	0.5025	0.5409	2.8873	0.7442	0.5009	0.4953	0.5135
d (mm)	-6.7294	-5.0913	-5.3085	-8.8368	-6.545	-6.7596	-6.7284
α_{uy} (rad)	0	-2.55e-05	-1.69e-04	-4.45e-06	6.46e-07	2.81e-06	1.72e-07
β_{ny} (rad)	0.7854	0.8081	0.7854	0.7723	0.7866	0.7852	0.7854
u_2 (mm)	0.6942	0.9775	5.2863	3.7812	0.3879	0.7462	0.677
β_{nx} (rad)	2.3562	2.2445	2.5719	2.3526	2.3555	2.358	2.3589
λ_0 (mm)	107.5	107.5553	107.2457	107.6446	107.4892	107.494	107.498

A.1.2. Multitrackerkalibrierung

Tabelle 16: Startwerte und Grenzen für simulated Multitrackerkalibrierung

Parameter (mm)	Startwerte	Untere Grenze	Obere Grenze
λ_{01}	560.3119	549.5268	559.5268
λ_{02}	574.3737	564.7368	574.7368
λ_{03}	547.6542	547.019	557.019
y_2	-89.7987	-95	-85
x_3	24.8487	20	30
y_3	85.9964	85	95
x_4	49.5143	45	55
y_4	-181.0381	-185	-175
z_4	68.1253	70	80

Tabelle 17: Tatsächliche und kalibrierte Parameter für simulated Multitrackerkalibrierung

Parameter (mm)	Sollwerte	Kalibrierten Werte
λ_{01}	554.5268	554.3219
λ_{02}	569.7368	569.4669
λ_{03}	552.0190	551.8022
y_2	-90	-89.9731
x_3	25	24.9455
y_3	90	89.9645
x_4	50	50.1043
y_4	-180	-179.9838
z_4	75	74.9046

A.2. Experimentelle Kalibrierung

A.2.1 Einzeltrackerkalibrierung

Tabelle 18: Startwerte und Grenzen für experimentelle Einzeltrackerkalibrierung

Parameter	Startwerte	Untere Grenze	Obere Grenze
α_L (rad)	1.5764	1.5184	1.6406
β_L (rad)	1.5842	1.5359	1.6057
L_y (mm)	-6.075	-9	-5
L_z (mm)	-1.0067	-4	4
u_l (mm)	0.4829	0.001	1
d (mm)	-6.662	-8	-5
α_{uy} (rad)	0.0022	-0.0524	0.0262
β_{ny} (rad)	0.7780	0.7330	0.8029
u_2 (mm)	0.6183	0.001	1
β_{nx} (rad)	2.6282	2.4086	2.6529
λ_0 (mm)	49.9174	30	120
K	1.5	1.3	1.7

Tabelle 19: Tatsächliche und kalibrierte Parameter für experimentelle Einzeltrackerkalibrierung

Parameter	$N_K=1$	$N_K=2$	$N_K=4$	$N_K=10$	$N_K=20$	$N_K=40$
α_L (rad)	1.5757	1.5763	1.577	1.5764	1.5772	1.5771
β_L (rad)	1.6055	1.6057	1.6057	1.5381	1.5359	1.5359
L_y (mm)	-6.0183	-5.3642	-5.381	-6.1185	-6.0918	-6.0837
L_z (mm)	-1.3625	-0.7759	-0.7698	-0.8222	-0.7923	-0.7973
u_l (mm)	0.8565	0.001	0.0105	0.0768	0.0425	0.048
d (mm)	-6.3828	-6.1192	-6.4406	-6.5249	-6.4326	-6.4229
α_{uy} (rad)	0.0022	0.0022	0.0022	0.0021	0.0024	0.0023
β_{ny} (rad)	0.7678	0.7673	0.7672	0.8009	0.8021	0.8021
u_2 (mm)	0.001	0.5509	1	0.9989	0.9351	0.9309
β_{nx} (rad)	2.4086	2.5424	2.4086	2.4708	2.4416	2.4164
λ_0 (mm)	49.5008	49.8062	49.4656	49.5980	49.5293	49.462

A.2.2. Multitrackerkalibrierung

Tabelle 20: Startwerte, Grenzen und kalibrierte Parameter für experimentelle Multitrackerkalibrierung

Parameter (mm)	Startwerte	Untere Grenze	Kalibrierten Werte	Obere Grenze
λ_{01}	658	650	656,6657	670
λ_{02}	666	650	664,9261	680
λ_{03}	660	650	657,6756	680
y_2	-90	-150	-89,4254	-50
x_3	25	5	25,0469	50
y_3	90	50	89,5707	150
x_4	50	-10	48,0367	120
y_4	-190	-250	-176,4916	-150
z_4	-70	-100	-74,5412	0

Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Masterarbeit selbständig, nur unter Zuhilfenahme der aufgeführten Quellen und Hilfsmittel, verfasst zu haben. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer oder anderer Prüfungsleistung noch nicht eingereicht. Die elektronische Fassung der Arbeit stimmt mit der gedruckten Version überein.

Ilmenau _____
(Datum)

Kobets Sergey _____
(Unterschrift)